

INGENIERIA NAVAL

REVISTA TÉCNICA

Director: ÁUREO FERNÁNDEZ ÁVILA, Ingeniero Naval

REDACCIÓN Y ADMINISTRACIÓN: SAN DIEGO, 9
APARTADO DE CORREOS 56

AÑO II
CARTAGENA 1.º MARZO 1930

NÚM. 7

TALLERES TIPOGRÁFICOS LA TIERRA
PRÍNCIPE DE VERGARA, NÚM. 2

Precios de suscripción (año): España y América 30 ptas. Demás países 40 ptas. - Número suelto 3 ptas. en España y América y 4 ptas. en los demás países - Notas: No se devuelven los originales - Los autores son directamente responsables de sus trabajos - Se permite la reproducción del texto y grabados indicando la procedencia

Sumario

Influencia de la regulación del aire en la calidad del hierro obtenido en un cubilote, por <i>Andrés Barcala</i>	107
Cual es el sistema ideal de propulsión de un buque, por <i>Jaime G. de Aledo</i>	111
Teoría general de las planchas y envueltas delgadas, por <i>Carlos Preysler</i>	123
Estudio sobre el procedimiento matemático de Taylor para el trazado de carenas, seguido de una aplicación numérica al trasado de formas de un crucero, por <i>Manuel L. Acevedo</i>	129
La flexión de piezas rectas por encima del límite elástico por <i>Aureo Fernández</i>	140
Lanzamiento del buque-motor «Infante D. Juan», por <i>Luis Neira</i>	151
NOTAS BIBLIOGRÁFICAS: Velocidad económica bajo el punto de vista financiero	156
Estudio de la contracción de los metales fundidos al solidificarse.	157
Nuevo tipo separador de agua y aceite	157
Sopladuras en las fundiciones.	157
Los Buques de forma «Maier».	158
El «Ersatz-Preussen».	158
Centros para el maquinado de los ejes.	159
La XXX Asamblea de la «Schiffbautechnische Gesellschaft». La transmisión hidráulica	160
Consideraciones generales sobre propulsores de chorro	160
Tubos para condensadores.	160
Propulsión de buques rápidos.	161
Las formas de los buques rápidos	162
Fenómenos en el enfriamiento de las aleaciones cobre-estaño	163

Influencia de la regulación del aire en la calidad del hierro obtenido en un cubilote

por Andrés Barcala Ingeniero naval

La necesidad de obtener fundiciones de hierro de alta calidad, que acompaña al desarrollo creciente de los motores Diesel, ha obligado a los fundidores de todo el mundo, a estudiar detenidamente el funcionamiento de los cubilotes, rompiendo con la tradición y la ruti-

na que se conservaba desde hace muchos años.

Uno de los elementos que ha sido objeto de mayor atención, de parte de los técnicos en la materia, y en este orden de ideas, es la dosificación, por decirlo así, del aire inyectado en el cubilote.

Hasta hace poco tiempo, relativamente, en la mayoría de las fundiciones de hierro, se contentaban con comprobar la presión del aire en un punto cercano a las toberas; y tomando este dato como módulo, se comparaban las marchas de los distintos hornos, sin tener en cuenta otras condiciones tan importantes, como el área de toberas, resistencia de las cargas al paso del aire por el interior del cubilote, etc.

Pero para obtener buenos hierros, y sobre todo, para alcanzar la temperatura de 1.400°C. a que hoy es necesario verificar la colada de piezas importantes, fué necesario afinar más en la regulación del aire que se inyectaba al horno. Se comprobó que si había un exceso de este elemento, una buena parte del calor que producía el combustible, se perdía inútilmente en calentar el aire que sobraba, y que si, por el contrario, no se suministraba lo suficiente, la combustión era defectuosa y la proporción de CO en los gases de escape, llegaba a ser muy grande. Estas consideraciones, hicieron ver que la medición de la presión en las toberas no era suficiente y que lo que interesaba era conocer el peso del comburente introducido en cada unidad de tiempo y relacionarlo con el consumo de cok. Por estas razones, en casi todos los talleres en donde se funden piezas importantes se disponen aparatos que miden al mismo tiempo la presión estática y la velocidad de la vena flúida en el tubo de acceso a la caja de aire, y conociendo el diámetro de aquel, se puede calcular fácilmente el peso del comburente que se suministra en la unidad de tiempo. Generalmente el aparato medidor, da directamente el volumen que pasa por el tubo en una hora, V, y la presión en mm. de mercurio, P. El peso del aire introducido será:

$$\frac{760 + P}{760} \times V \times 1.293 \text{ kgms/hora,}$$

puesto que la temperatura es prácticamente constante. Esta cantidad, referida al consumo de cok, C, en el mismo tiempo, es un índice racional de comparación entre las distintas marchas de los cubilotes.

Nosotros hemos podido obtener buenos resultados en un horno con un valor de la relación

$$\frac{760 + P}{760} \times V \times 1.293: C$$

igual aproximadamente a 13, y conservándola constante, en otro cubilote del doble de capacidad que el anterior, también hemos conseguido coladas, satisfactorias, siendo la temperatura del caldo, en los dos casos unos 1.400° y las composiciones químicas obtenidas de cargas iguales, como sigue:

	Ct.	Si.	M .	h.	S.
Horno de 4 toneladas	3.30	1.75	0.84	0.376	0.089
» » 8 »	3.50	1.71	0.82	0.312	0.111

Como puede verse los análisis son muy similares, sobre todo en los contenidos de Si. y Mn., lo que nos demuestra la importancia de comparar las marchas de dos distintos cubilotes, desde el punto de vista de la relación anteriormente dicha. Claro está que en un mismo cubilote y durante la marcha normal del mismo, en una fundición larga, puede servir de guía la observación de la presión en las toberas, si se ha comprobado en coladas anteriores, pero en las últimas sangrías o cuando varíen de tamaño los trozos de la chatarra, es necesario conservar constante el valor $(760 + P) V$, si se quiere obtener uniformidad en los productos, como luego explicaremos.

Además de regular la temperatura del caldo, otro efecto de la cantidad de aire inyectado en el cubilote, es aumentar las diferencias de fusión. El aire, no solo oxida y quema el carbono, sino que combina su oxígeno con el Mn. y sobre todo con el Si. que contiene la masa líquida del metal, y es sabido que al encontrarse con aquella se produce un principio de afinado de la misma manera que sucede en un convertidor, aunque desde luego no tan intenso. De todas maneras, hemos visto pérdidas de Si. hasta del 33 % y de Mn. hasta 37 % en hierros especiales.

Como quiera que estos elementos son tan importantes en la fundición, por su gran influencia en la repartición del carbono total durante la formación del grafito y de la cementita, debe procurarse conservar la mayor constancia en las diferencias de fusión, a fin de poder prever el análisis de la pieza fundida y, por lo tanto, sus propiedades mecánicas. Por esto, es muy importante conservar la regulación del aire que se inyecta al cubilote, no solo en las distin-

tas veces que se ponga en marcha, sino aun durante todo su funcionamiento en un mismo día.

A este efecto, estimamos pertinente considerar un fenómeno que suele ocurrir bastante amenudo, y que puede ser causa de fracasos en las fundiciones de piezas importantes.

Muchas veces, cuando se va a fundir en el mismo día varias piezas de igual composición química, se acostumbra a colar primero las más sencillas, a fin de que el horno se vaya calentando, y las últimas sangrías se destinan a las

del comburente suministrado en la unidad de tiempo, crece.

Si no se comprueba, o no se dispone de un medidor de volumen, las pérdidas de fusión serán cada vez mayores, resultando la última colada mucho más pobre en Si. y en Mn. que las anteriores, cosa que puede dar lugar a que con una dosificación correcta en las cargas, se obtengan piezas tan «agrias» que sean inservibles.

Hemos visto comprobado este fenómeno repetidas veces, habiendo obtenido los resultados que se ven en el

CUADRO NÚM. 1

CARGA DE ROTURA		Ct.	Si.	Mn.	Ph.	S.
Cálculo de las cargas.		3.08	1.88	1.07	0.340	0.105
Primeras coladas	A { 23.7	3.38	1.61	0.78	0.347	0.116
	B { 21.87	3.27	1.61	0.82	0.355	0.113
	C { 23.75	3.26	1.62	0.61	0.312	0.143
Segundas coladas	A { 26.0	3.32	1.57	0.85	0.352	0.116
	B { 24.68	3.25	1.50	0.86	0.317	0.098
	C { 25.21	3.26	1.54	0.61	0.358	0.126
Terceras coladas	A { 23.0	3.38	1.46	0.79	0.337	0.092
	B { 26.87	3.33	1.31	0.80	0.350	0.097
	C { 25.59	3.27	1.30	0.64	0.334	0.124

más importantes, que requieren el caldo más caliente.

Ahora bien, si el peso de las cargas que en un momento considerado contiene el cubilote, es igual a la suma de los de las piezas que quedan aun preparadas y no hay que fundir más, no queda otro remedio que suspender la carga del horno, y de este modo el nivel en el interior de la cuba, será cada vez más bajo, quedando muy poco metal por fundir en el momento de la última sangría. Si el ventilador es centrífugo, como generalmente ocurre, la presión en las toberas se conserva constante hasta cierto límite, y no se nota en dicho aparato, más que una elevación en el consumo de energía eléctrica. Pero la diferencia de presiones entre los extremos de la tobera, es cada vez mayor, puesto que va desapareciendo el obstáculo que el aire encontraba en su paso por el interior del horno, y como es consiguiente, el volumen y el peso

Las cargas se componían de: lingote corriente de moldería, chatarra analizada de maquinaria, y chatarra, de acero, con un 6 por mil de ferrosilicio añadido en el horno y un 6 por mil de ferromanganeso, agregado, fundido previamente, en la cuchara. Se hicieron tres funciones en días distintos, que se designan en el cuadro anterior por A, B y C, y en cada una de ellas tres coladas, como también se indica.

Observando los resultados obtenidos, puede comprobarse la constancia de los contenidos de Ct., Ph. y S., lo que nos garantiza, en cierto modo, la uniformidad de las marchas del cubilote y la veracidad del cálculo de las cargas. Los distintos contenidos de silicio nos demuestran claramente la presencia del fenómeno anteriormente explicado, pudiendo verse como decrecen desde 1.6 en las primeras coladas hasta 1.35, valor medio, en las terceras. Los contenidos de Mn. se conservan también muy

constantes en las tres sangrías de una misma fundición, pero esto no debe extrañarnos, pues la mayor parte del total de dicho elemento, fué añadido en la cuchara, después de haber salido el caldo del cubilote; el ferromanganeso puede fundirse fácilmente en un crisol tapado, de los destinados al bronce, y por esto es posible esta manera de añadir el Mn. No ocurre lo mismo con el ferrosilicio, que siendo muy difícil de fundir en un crisol, exige su incorporación en el cubilote, sufriendo, por lo tanto, todo el proceso de fusión del lingote y las chatarras.

Para atenuar estas pérdidas crecientes de Si, y no disponiendo de volúmetro, hemos llegado a aumentar la dosificación de este elemento en las dos últimas cargas, añadiendo hasta un 9 por mil de ferrosilicio, obteniendo los resultados del

dispone de válvula de entrada al horno, puede regularse con la descarga del ventilador, que está antes de la toma del tubo del indicador, pero en este caso P disminuye, y es necesario hacer varias multiplicaciones o preparar un cuadro a fin de conservar constante el producto citado.

Disponiendo del volúmetro, no hemos comprobado el fenómeno, expuesto ninguna otra vez, y hemos visto muy buenos resultados en distintas fundiciones, desde el punto de vista de homogeneidad en la análisis.

Anteriormente hemos dicho que en las pruebas efectuadas, se añadía el ferromanganeso en la cuchara, a fin de reducir en todo lo posible las pérdidas de fusión, y creemos ahora oportuno justificar este proceder, ya que hay muchos técnicos que propugnan estas adicio-

CUADRO NÚM. 2

		Ct.	Si.	Mn.	Ph.	S.
Primera colada	Composición de las cargas	3.08	1.88	1.07	0.340	0.105
	Análisis de la pieza.	3.23	1.61	0.93	0.347	0.100
Segunda colada	Composición de las cargas	»	2.01	»	»	»
	Análisis de la pieza.	3.37	1.59	0.87	0.365	0.103
Tercera colada	Composición de las cargas	3.17	2.05	1.02	0.317	0.103
	Análisis de la pieza.	3.25	1.44	0.98	0.330	0.105

Como puede verse, comparando los análisis de la primera y tercera colada, la reducción del silicio ha sido notablemente incrementada, a pesar del aumento de 6 a 9 por mil de ferrosilicio en las cargas.

La mejor manera de conservar constante las diferencias de fusión en la marcha de un cubilote, es impidiendo que varíe el producto (760 + P) V, con lo cual la cantidad de aire que se introduce, será siempre la misma. Puede conseguirse esto, cerrando la válvula de entrada a la caja de aire del horno, que suele estar colocada después del tubo de Pitot del indicador de volumen; de este modo, puede hacerse que V. no varíe y como P tampoco le hace, el producto antes citado, permanecerá constante. Si no se

nes al caldo. Generalmente, se aconseja mezclar todos los componentes de la carga antes de su introducción en el horno, de modo que sufran el proceso de fusión todos los elementos que constituyen la masa líquida. La gran avidez que siente por el azufre, el manganeso, hace que se combine con él en forma de sulfuro; si la adición se ha efectuado en el horno, casi todo el azufre se separa del hierro, y el sulfuro de manganeso que se forma, puede espumarse con la escoria. Pero si se ha añadido en cuchara, inmediatamente antes de colar, esta segregación puede llevarse a cabo en el interior del molde, resultado la pieza defectuosa.

No cabe duda que esto es cierto cuando se trata de hierros ordinarios, y por eso en pocos

talleres se obtiene la fundición por medios sintéticos; pero cuando se trata de maquinaria naval, en cuyos elementos se emplea muy buen lingote, bastante chatarra de acero y cok de primera calidad, puede no permitirse grandes proporciones de azufre, y el fenómeno de la segregación, no tiene casi importancia. Hemos visto añadir el ferromanganeso en cuchara, du-

Resistencia a la rotura.	30. Kg/mm ² .
Carbono total.	3.017 %
» combinado.	0.690 »
Silicio.	2.044 »
Manganeso.	1.415 »
Fósforo.	0.339 »
Azufre	0.070 »

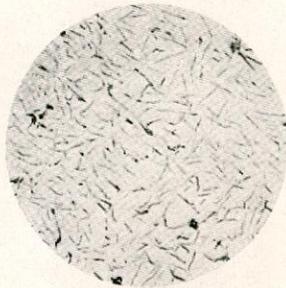


Fig. 1

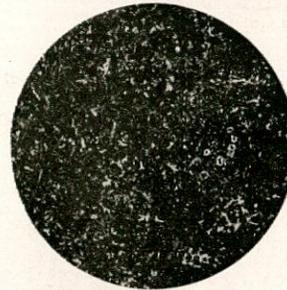


Fig. 2

rante varios años y en muchas coladas, sin un solo fracaso por segregación, en piezas importantes, a pesar de haber dosificado el Mn. en proporciones bastantes grandes.

En hierros especiales, y como ejemplo, podemos citar el caso de una colada de alta resistencia, cuyas características físicas y químicas fueron como sigue:

Se añadió en cuchara 1.5% de ferromanganeso de 78.77 % de riqueza, apesar de lo cual, en las micrografías que acompañan, no se ve ninguna mancha de sulfuro de manganeso y solo se distinguen, en la 1, sin ataque, las vetas negras del grafito y en la 2, atacada, las marcas blancas de la cementita, formando perlita granular y laminar.

Cual es el sistema ideal de propulsión de un buque

Una ligera exposición de las realidades y posibilidades de cada tipo de maquinaria

por Jaime G. de Aledo Ingeniero Naval (Conclusión)

La reducción hidráulica Föttinger.—Es un medio de mucha menor rigidez que los engranajes, de reducir la velocidad, pero que por pesado e ineficaz puede ya considerarse como pasado a la historia.

Esencialmente consiste en una turbina de

vapor unida a una bomba centrífuga que alimenta una turbina hidráulica directamente acoplada al propulsor. El agua después de haber trabajado en esta, regresa a la centrífuga completando así el circuito cerrado. Lo mismo ocurre con el elemento completo de marcha atrás.

Las ventajas que se invocaban para este sistema eran, la mayor probable flexibilidad que los engranajes, las menores pérdidas en las turbinas debidas a la supresión de los elementos de ciar, y de sus consiguientes rozamientos y, la mayor potencia en marcha atrás (el 85 % a causa de la mayor sencillez del elemento hidráulico de reversión). El sistema, en cambio es pesado, de probable gran coste y de escasísimo rendimiento, pues es aun menor en la práctica que el 85 % señalado.

El único buque del que se tienen referencias, que está equipado con *Fottinger* es el alemán, ahora «Empress of Australia» y los resultados fueron tan malos que se ha considerado más económico hacer costosísimas obras al buque y cambiar toda su maquinaria por otra de turbinas de alta presión. A continuación damos algunos datos sobre este caso.

Con *Fottinger*.

CV/Ef.=16.000.

Calderas multitubulares.

Consumo por día=202 tns. de petróleo.

Consumo por CV/ef.-hora=0,525 kgs. de petróleo.

Actual.

CV/Ef.=20.440.

Calderas cilíndricas.

Consumo por CV/Ef.=0,320 kgs.

La transformación supone pues una economía del 39 %.

No creemos pues, que merezca más mención un sistema de tan pobres características, que la puramente histórica que corresponde a una tentativa en el camino de la perfección de la aplicación de las turbinas en los buques.

La propulsión turboeléctrica.—Es hoy día el eléctrico, el sistema más sencillo, seguro, flexible, duradero y eficaz de reducir convenientemente la velocidad entre turbina y propulsor.

Someramente hemos expuesto los inconvenientes y dificultades de los engranajes, tan acentuados en la práctica de la doble reducción que hoy día están acordes constructores y navieros en la inseguridad que trae consigo la instalación a bordo de este tipo de maquinaria. La reducción doble tenía sobre la sencilla, innegables ventajas de peso y rendimiento de las que

forzosamente deberá prescindir quien siga afe-rrado al uso de la reducción mecánica. En cambio la reducción eléctrica, de la que nos hemos ocupado sobradamente en diversas ocasiones y sobre cuyos pormenores, por todos bien conocidos, no entraremos en esta ocasión, permite obtener la misma reducción de velocidad que la doble de engranajes, con las bien conocidas ventajas de seguridad, maniobra, flexibilidad etc., que le son características.

Las mayores posibilidades del sistema turboeléctrico, no están, sin embargo en las pequeñas potencias, donde los formidables progresos del Diesel, favorecen al Diesel eléctrico, pero a partir de 15.000 CV/Ef, o sea para las potencias usadas en los buques de pasaje, sus ventajas son innegables y reconocidas. Aparte del éxito constante que representan los 15 años de funcionamiento del portaviones «Langley» (ex Júpiter), los 10, de los acorazados «New México», «Tennessee», California, «West Virginia» «Maryland», «Colorado» y los excelentes resultados de los portaviones «Lexington» y «Saratoga» y de numerosos guardacostas, la marina mercante ha sido conmovida por los resultados sorprendentes del trasatlántico «California», mejoradas por los del «Virginia» y ya corroborados en Europa por los del «Viceroy of India», el buque que no será viejo en 25 años, siendo su resultado el que aparte de los trasatlánticos turboeléctricos que se siguen construyendo, cada vez en mayor número, en América, parece que se adoptará este sistema para un buque mayor que el «Ile de France» de la Cie. Generale Transatlantique y se duda si adoptar este modo de propulsión o el Diesel eléctrico para la propulsión del «Oceanic», el buque de 1.000 pies de eslora que será el mayor del mundo. Estos hechos tan recientes demuestran que ha llegado la hora en que se reconoce por los más autorizados círculos navales del mundo, que el trasatlántico turboeléctrico es hoy día la última y más acabada palabra de la ciencia moderna aplicada a los buques.

En cuanto a los pesos y consumos de los equipos turboeléctricos, pueden considerarse casi los mismos que los de los buenos de engranajes, que ya hemos dado, cuando se consideren los resultados de la maquinarias completas. La figura 18 da los pesos del equipo turbogenerador y motor de propulsión solos. El cuadro II (pág. 78) da los consumos comparativos resul-

tantes de experiencias hechas en la Marina de guerra norteamericana. La potencia en marcha

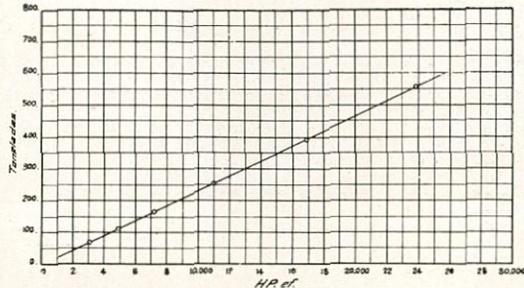


Fig. 18

Peso de los motores eléctricos y turbogeneradores en el sistema turboeléctrico

atrás que se aplica, además mucho más rápidamente que con las turbinas engranadas, es del 100 % de la potencia que se desarrolla adelante.

Actualmente hay instalada propulsión turboeléctrica, en más de 70 buques, con 855.000 CV/Ef, y a no haber sido por el tratado de Wash ngton, hubiera habido 2.000.000 de CV/ef con este tipo de propulsión, deb endo advertirse que muchas de estas maquinarias habían sido ya construídas.

El motor Diesel directamente acoplado.— Indudables e importantísimas son las ventajas del sistema Diesel sobre los de vapor, bajo el punto de vista de los consumos, gastos de funcionamiento y economía en general. Sus progresos, desde su primera aplicación a los buques,

adopción ha sido causada, principalmente por su menor seguridad que la antigua y bien conocida máquina de vapor, pues aunque es cierto que hoy día hay miles de buques de motor navegando cientos de miles de millas, no lo es menos el que aun ahora quedan dificultades que vencer, especialmente en lo que se refiere a los cambios de marcha que son a veces causa de graves averías y a otras causas menos importantes pero que no por eso dejan de serlo de numerosas demoras y pérdidas de tiempo que perjudican a la buena marcha de los servicios.

Pese a cuanto acabamos de decir, puede casi afirmarse que el motor Diesel ha conquistado definitivamente los mercados, para las potencias corrientes en los buques de carga, en los que los bien conocidos motores de 2 y 4 tiempos simple efecto, cumplen a la perfección su cometido; respecto a la propulsión de trasatlánticos y buques de mayor potencia está reservada, por lo que al motor Diesel se refiere, a los motores de doble efecto, de los cuales los de 4 tiempos, han demostrado hasta ahora su seguridad, pero sin que esté decidida la pugna entre los diversos sistemas de vapor y Diesel, cada uno de los cuales tiene sus ventajas peculiares y sus inconvenientes característicos. Por lo que se refiere al motor de 2 tiempos, doble efecto, aunque parece ser el ideal teórico de máximo aprovechamiento del motor Diesel, no está aún suficientemente perfeccionado para que se pueda, a nuestro juicio, confiar en él.

La figura 19 da una idea del desarrollo relativo del motor Diesel en distintos años.

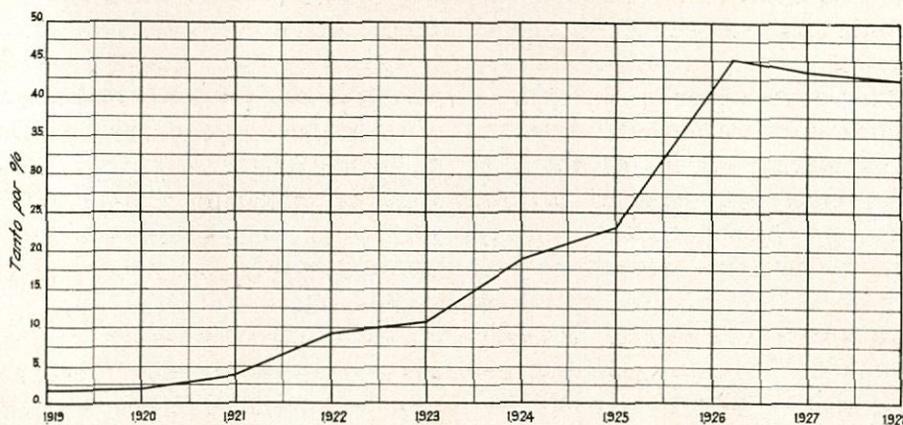


Fig. 19

Tanto por ciento del tonnage total botado cada año, correspondiente a los buques con motor Diesel

han sido muy lentos hasta llegar a su época actual de verdadero auge. Esta resistencia a su

Pasemos ahora, a un ligero examen crítico de los tipos de motor Diesel.

Cuatro tiempos, simple efecto.—Es el motor más empleado desde los comienzos del Diesel, razón por la cual es el que más perfección mecánica ha alcanzado y por lo tanto el que ofrece más seguridad. No entramos en detalles de funcionamiento que son por todos, de sobra conocidos.

a las lumbreras de escape, no dió grandes resultados por las enormes dificultades de construcción de las cabezas de los cilindros. La admisión del aire de barrido por lumbreras, ha permitido resolver esta cuestión satisfactoriamente.

Motores de émbolos opuestos.—La maciza

CUADRO II.—CONSUMOS

	% DE ECONOMÍA A LAS VELOCIDADES SIGUIENTES			
	VELOCIDAD EN NUDOS			
	10	15	19	21
1.—Curtis directamente acoplada	43,1	59,6	66,2	70,0
2.—Parsons directamente acoplada	46,5	64,3	72,1	78,2
3.—Curtis directa con elementos de crucero	56,1	67,5	66,2	70,0
4.—Parsons directa con elementos de crucero	59,4	80,0	72,1	78,2
5.—Curtis directa con otra hélice	55,5	71,4	78,2	80,0
6.—Parsons directa con otra hélice	56,1	77,1	85,0	90,8
7.—La 5 con turbina de crucero	76,2	77,8	78,2	80,0
8.—La 6 con turbina de crucero	73,2	90,0	85,0	90,8
9.—Parsons engranada	66,9	93,9	100,0	100,0
10.—Curtis engranada	91,6	94,5	97,5	96,9
11.—Turboeléctrico	100,0	100,0	96,9	97,8
12.—Alternativa. Vapor saturado	70,2	75,0	76,7	74,3
13.—Alternativa. Vapor recalentado	71,2	80,0	82,4	80,0

Dos tiempos, simple efecto.—Aunque al principio menos desarrollado que el de 4 tiempos, es ahora construído por muy acreditadas marcas, y su número va aumentando gradualmente. Este motor, que indudablemente, aprovecha mejor el material empleado, que el de 4 tiempos debe por lo tanto pesar menos que aquel, si bien en la práctica la diferencia no suele ser tan marcada como parece. Como sabemos, el motor de 2 de tiempos substituye el período de escape (que dura casi 360° en el 4 tiempos de los 720° del ciclo completo) por un período más corto (130° de los 160 que dura el ciclo de 2 tiempos) durante el cual se efectúa la expulsión de los gases (barrido) por medio de una ventilación enérgica de aire fresco, suministrado por unas bombas llamadas de barrido. Este se efectuaba primeramente, por medio de válvulas colocadas en la culata, y aunque este sistema permite el barrido perfecto al recorrer el aire toda la longitud del cilindro, para llegar

estructura y consiguiente peso de los motores Diesel, se debe, principalmente, a la gran relación de la presión máxima del ciclo, a la presión media efectiva. Como esta relación es de 6 a 7, resulta que, mientras hoy que calcular todas las piezas con un amplio margen de seguridad para la presión máxima de 500 libras por pulgada cuadrada (34 Kgs/mm²), por ejemplo, la presión media efectiva es solo de 75 lbs (5'27 Kgs), lo que se debe a que en un motor de 4 tiempos simple efecto, solo se trabaja a aquella presión durante 1/8 del tiempo de funcionamiento.

Estas consideraciones sugirieron la idea de aprovechar las intensas fuerzas de combustión, en piezas móviles, siendo este el origen de los motores de émbolos opuestos. Se verifica en ellos la combustión entre dos émbolos, situados como su nombre lo indica y que transmiten su movimiento independiente al eje de cigüeñales, radica la ventaja en la supresión de las ca-

bezas de los cilindros siempre complicadas y en que no hay, por lo tanto, válvulas, haciéndose todas las operaciones por medio de lumbreras, siendo el motor muy adecuado para trabajar en el ciclo de dos tiempos. Por su disposición especial tienen estos motores muy buen rendimiento volumétrico y son ligeros aunque muy altos. Los consumos son ligeramente inferiores a los de los restantes motores Diesel.

Motores Scott-Still.—La idea que ha presidido la realización de este motor, ha sido la de aprovechar el calor perdido, en los gases de escape, a cuyo efecto en la cara alta del émbolo, trabajan los gases de la combustión y en la baja, el vapor generado por el calentamiento del agua de refrigeración de las camisas de los cilindros y por los gases de escape. Los resultados han sido muy satisfactorios, bajo el punto de vista del rendimiento.

Como resumen sobre lo dicho sobre motores de simple efecto, resultan estos muy apropiados para la propulsión de cargos y buques lentos, cuyas potencias no sean muy grandes. Para las mayores potencias se tropieza con los inconvenientes del gran espacio ocupado y de la dificultad de aumentar mucho la potencia por cilindro así como el número de estos (aunque nada, al parecer se opone en llegar a los 12 cilindros por eje) (1).

Hasta el día, sigue siendo el más usado el de 4 tiempos, aunque esto no impide que sea muy extensa la aplicación de los de 2 tiempos, émbolos opuestos, etc., con resultados halagüeños. Las dificultades y averías, debidas a los cambios de marcha, a las irregularidades del par motor, etc., hacen que a nuestro juicio (que es el de muchos) no sean tampoco los motores directamente acoplados, los ideales y se imponga el uso de motores pequeños y más rápidos con transmisión eléctrica al propulsor.

Motores de doble efecto, 4 tiempos.—Al estudiar la propulsión de grandes buques con motores de combustión interna, se hace indispensable el uso de los motores de doble efecto; las ventajas obtenidas por la acción de los gases en ambas caras del émbolo, son evidentes. Aunque algo más altos, estos motores son más ligeros, las fuerzas de inercia de las piezas en movimiento son menores, el rendimiento es me-

yor, etc., etc. En suma el motor de 4 tiempos doble efecto, ha sido un éxito y muchos trasatlánticos dotados con este sistema de propulsión han prestado y prestan grandes servicios y si no puede decirse lo mismo de los de 2 tiempos doble efecto, que en algunos casos han dado resultados que casi podrían calificarse de catastróficos, es de esperar que estos mejorarán pese a las dificultades con que tropieza su construcción,

Frente a sus ventajas, presentan los motores de doble efecto el inconveniente de su difícil acceso a las piezas principales, como aros, muelles y émbolos, cuya inspección es fácil, aún durante la marcha, en los de simple efecto y en cambio es en aquellos mucho más dificultosa. La empaquetadura del vástago del émbolo, presenta sus dificultades por la gran presión y temperatura que tiene que soportar.

Poco más podemos decir, de interés general, respecto a los motores de 4 tiempos doble efecto si no es el hacer constar el gran número de buques que ya usan este sistema y el que, pese a sus ventajas no es probable que consigan desplazar a los más sencillos y seguros, motores de simple efecto, para potencias menores de 2.500 a 3.000 CV/Ef.

Motores de 2 tiempos doble efecto.—Presentan estos indudables ventajas teóricas, a causa de la regularidad de su par motor, de su sencillez exterior, y menor número de válvulas de combustible y aire de arranque, así como por la posibilidad de desarrollar una gran potencia con pocos cilindros y cigüeñales, pero en cambio presentan importantísimas dificultades para el barrido y escape, especialmente si se tiene en cuenta que la gruesa barra de conexión, enfriada interiormente y de gran diámetro, debe pasar por la cámara baja de combustión. Todo lo que estos motores tienen de sencillez exterior, es complicación interior a causa de las enormes piezas fundidas tales como camisas, etc., cuya complicación es enorme. El aire necesario para el barrido, exige una gran y costosa instalación auxiliar. Aumenta, además la dificultad de fundir los cilindros y demás piezas interiores, el hecho de que para asegurar una duración satisfactoria a aquellos, deberán proveerse de refrigeración interior, aumentando así el número de conductos, orificios, etcétera. Bajo este punto de vista son más convenientes los motores de 4 tiempos en los que el

(1) Se admite como verdad fundamental que las tensiones debidas a las presiones y temperaturas en las paredes de los grandes cilindros, aumentan rápida y desproporcionadamente con las potencias.

cilindro conserva su forma sencilla tubular sin las complicaciones enormes de los 2 tiempos.

Por otra parte parece difícil que pueda sostenerse en servicio la presión media efectiva de los de 2 tiempos doble efecto, punto este en el que los aventajan los de 4 tiempos, los cuales aún sin el uso del turbosoplado han demostrado que pueden mantener en servicio una elevada presión media. Los motores de 2 tiempos doble efecto, han sufrido, además, numerosas e importantes averías que aunque han sido ocultadas cuidadosamente al público, han llegado a este por la índole gravísima de aquellas, por lo cual no creemos que su presente desarrollo les abra un ancho campo de acción.

La figura 20 da los pesos de los motores de doble y simple efecto 2 y 4 tiempos, sin las auxiliares independientes de los motores.

nica.—La aplicación del acoplamiento hidráulico flexible que hemos descrito al tratar del sistema Bauer-Wach, ha sido ampliada a los motores Diesel.

Sabido es, que apesar de los esfuerzos realizados por los constructores de motores Diesel, para fabricar motores lentos, adecuados para su acoplamiento a la hélice, no se ha llegado a las velocidades óptimas de estas, y el compromiso obliga a usar motores Diesel demasiado lentos, que se apartan de las velocidades de rotación ideales en estos. Es indudablemente ventajoso el uso de motores de bastantes revoluciones (250 a 350 r.p.m.) con una reducción conveniente para dar a la hélice sus velocidades óptimas de rotación (60 a 110 según los buques). La solución más inmediata que se ocurre, es la interposición de un engranaje helicoidal

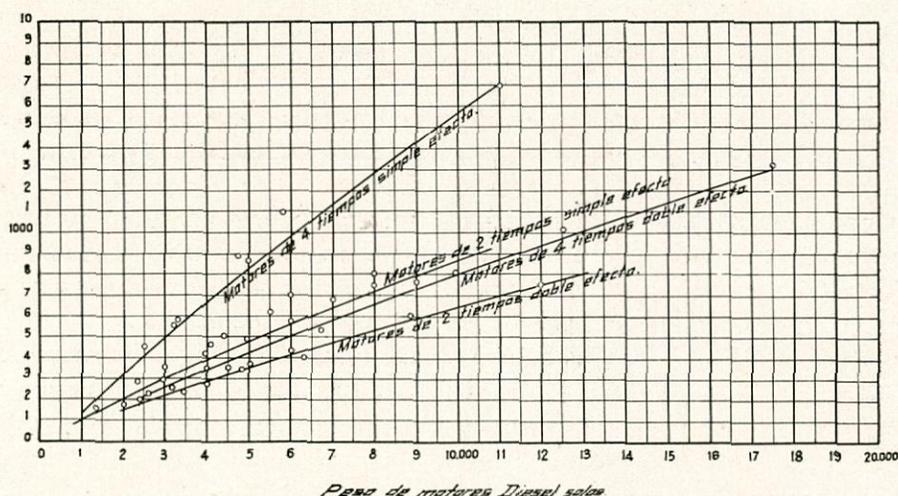


Fig. 20

Respecto a los consumos varían poco de un tipo a otro, siendo la mayor diferencia, la que corresponde a la inyección de aire y sólida que

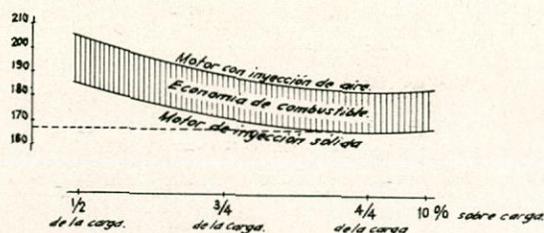


Fig. 21

se ve en la figura 21. Los espacios ocupados por cada sistema, se ven en la figura 22.

El sistema Vulcan o reducción hidromecá-

entre los motores y la hélice, el cual compagine las diferentes condiciones de funcionamiento de ambos; las dificultades que esto presenta, saltan a la vista si se tienen en cuenta los no siempre satisfactorios resultados de los engranajes en los buques de turbinas (sobre los que hemos insistido ya bastante) y que si esto ocurre con órganos rotatorios, cuyo par es constante, que no será, cuando hay que luchar con las desigualdades del par, efectos torsionales, vibraciones, etc., tan característicos y de tan problemática solución en los motores Diesel y, sobre todo, con los momentos negativos que surgen en el engranaje a las velocidades críticas.

La solución adoptada, ha sido la de interponer entre el Diesel y los engranajes helicoida-

derable, no es suficientemente grande para que el peso de la instalación no resulte inferior al de la misma con Diesel directamente acoplado. La figura 24 da algunos pesos de instalaciones.

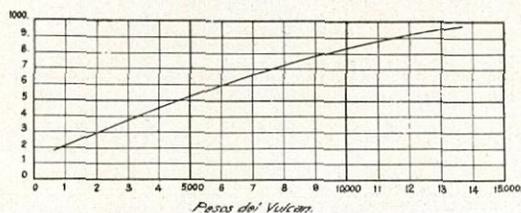


Fig. 24

2.º *Espacio ocupado.*—Aunque se aduce como una ventaja, por los partidarios del sistema, no creemos que en sentido horizontal, ocupe este sistema menos espacio que el Diesel directamente acoplado, si bien es cierto que siendo los motores más rápidos y de menor potencia parcial, ocuparán mucho menos espacio en sentido vertical, lo que puede ser una importante ventaja en los buques de pasaje.

3.º *Flexibilidad.*—La flexibilidad del sistema para adoptar las revoluciones óptimas para la hélice y los motores, es la única ventaja que, a nuestro juicio, puede aducirse puesto que, aunque no puede negarse cierta elasticidad al acoplamiento hidráulico, no es menos cierto que existe una conexión mecánica más o menos rígida entre los motores y la hélice y, que se conocen varios casos (de las pocas instalaciones existentes) de avería en el acoplamiento hidráulico citado.

4.º *Arranque en frío, facilidad de maniobra, seguridad y posibilidad de una mayor estandarización.*—Pueden arrancarse los motores sin carga, es decir, antes de llenar de aceite los acoplamientos, por lo cual la maniobra de arranque, queda notablemente simplificada y no son necesarios depósitos de aire para este, y compresores de la magnitud e importancia de los del Diesel directo. Los motores pueden mantenerse girando siempre en el mismo sentido durante las maniobras, cuando se dispone una instalación con acoplamiento para la marcha atrás, con lo cual todas las operaciones se efectúan con solo vaciar los acoplamientos de marcha adelante y llenar los de atrás y viceversa. Se comprende que la maniobra es más fácil y segura que con el Diesel directamente acoplado. El mayor número de motores que se usan (generalmente acoplados por parejas a cada eje) hace que la parada de uno de ellos no

tenga efectos apreciables sobre la velocidad del buque, disminuyéndose así la posibilidad de quedar el buque desamparado en la mar, por parada del motor Diesel, (caso este que puede tener gravísimas consecuencias en el Diesel directo). Esta cualidad permite parar el motor en cuanto se observa en él un defecto cualquiera de funcionamiento, lo que evitará averías de mayor cuantía al atajar a tiempo cualquier irregularidad. Por último llevando cada buque, por lo menos, 4 motores Diesel iguales, es posible una gran estandarización, especialmente cuando se disponga de una flota equipada con este sistema, pues aun tratándose de potencias distintas, pueden estas conseguirse con distintas combinaciones de los mismos motores.

5.º *Posibilidad de alcanzar grandes potencias.*—Pueden estas alcanzarse sin aumentar demasiado ni el número de cilindros por motor, ni el tamaño de estos. Esta ventaja, puede facilitar el desarrollo del motor Diesel para las potencias usuales en los trasatlánticos, al no requerir para estos el perfeccionamiento de nuevas y grandes unidades y si solo el empleo de las que la práctica en tierra y mar ha sancionado como de buenos resultados y son de moderada potencia.

Como resumen de lo expuesto, nos parece desde luego, que el sistema Vulcan, presenta algunos aspectos que lo hacen atractivo y superior, a nuestro juicio al Diesel directo, pero que no logra desvanecer las fundadas suspicacias que el empleo de un órgano tan delicado como los engranajes, suscita en combinación con un motor como el Diesel de tan irregular par motor y vibraciones torsionales tan acentuadas, y aunque la interposición de un acoplamiento flexible, permita amortiguar estas últimas, no puede olvidarse el efecto pernicioso de los golpes de mar en la hélice, cuando esta emerge del agua etc., etc. En resumen, un sistema bastante atrayente en teoría, pero que puede ser superado en cuanto a flexibilidad, seguridad en la navegación, menores riesgos de averías y desgastes de los órganos que los forman y facilidad de maniobra, por el sistema Diesel eléctrico que por otra parte lo iguala en peso y consumo, cuando se tienen en cuenta todas las circunstancias, que en el problema intervienen.

La propulsión Diesel eléctrica.—Sobradas veces, nos hemos ocupado de este sistema de propulsión, por lo cual nos parece innecesario

insistir de nuevo sobre sus cualidades, que a nuestro juicio la colocan en primer lugar para los buques de no muy gran potencia y extenderán en breve su radio de acción a toda clase de buques de todas las potencias.

Las ventajas son las mismas que hemos enumerado en detalle para el sistema Vulcan, a saber, peso, espacio ocupado, flexibilidad, arranque a vacío, posibilidad de una mayor estandarización, facilidad de maniobra, seguridad y posibilidad de alcanzar grandes potencias por la mayor subdivisión de esta, pero mucho más marcadas, especialmente, en lo que se refiere a la facilidad de maniobra, seguridad y menores riesgos de averías, puesto que en este sistema se suprimen toda clase de conexiones mecánicas entre los motores y la hélice. La maniobra se efectúa desde el puente con mucha mayor rapidez, puesto que solo un sencillo movimiento de una palanca reostática, basta para efectuar todas las variaciones de velocidad y sentido en la hélice, sin variar para nada el régimen ni el sentido de marcha de los motores principales, los cuales aún en las maniobras siguen a velocidad y sentido de rotación constante. También se presta este sistema a una mejor distribución puesto que, siempre que en ello se encuentre ventaja, se podrán colocar en cámaras independientes los generadores y el motor de propulsión disminuyéndose así la longitud de los ejes y aprovechándose los finos de popa.

Para más detalles del sistema nos referimos a nuestro anterior artículo, titulado «Cuales son las ventajas y cuales las posibilidades de la propulsión eléctrica en los diversos tipos de buques», publicado por la REVISTA GENERAL DE MARINA en julio y agosto de 1928 y en el cual se estudiaban las ventajas, aplicadas a cada uno de los tipos de buques.

La figura 25 da el crecimiento del sistema Diesel eléctrico, viéndose en la figura 26 que el tal sistema se ha aplicado ya a toda clase de buques.

También damos en la figura 27 las curvas de pesos de los motores Diesel que se suelen emplear en la propulsión Diesel eléctrica, los cuales suelen ser de 4 tiempos simple efecto y de 250/300 r.p.m. No hay, a nuestro entender inconveniente en que para ello se empleen los motores de 2 tiempos simple efecto ni los de doble efecto, no habiéndose extendido el uso de estos últimos, más que nada por el espíritu conser-

vador que preside cuantos actos se realizan en las marinas y en parte, por los fracasos que han sufrido algunas casas de fama reconocida, al emplear los motores de doble efecto directamente acoplados.

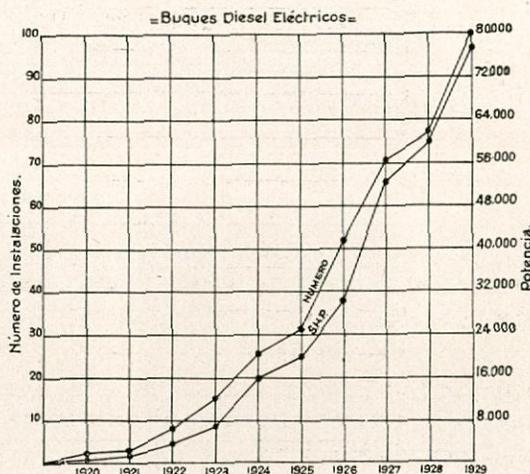


Fig. 25

Respecto al equipo eléctrico se dan los pesos de los generadores y motores eléctricos en las figuras 28, 29 y 30.

Por lo que se refiere al consumo, y aunque se ha discutido mucho sobre él, puede sentarse como resultado de la experiencia de los buques

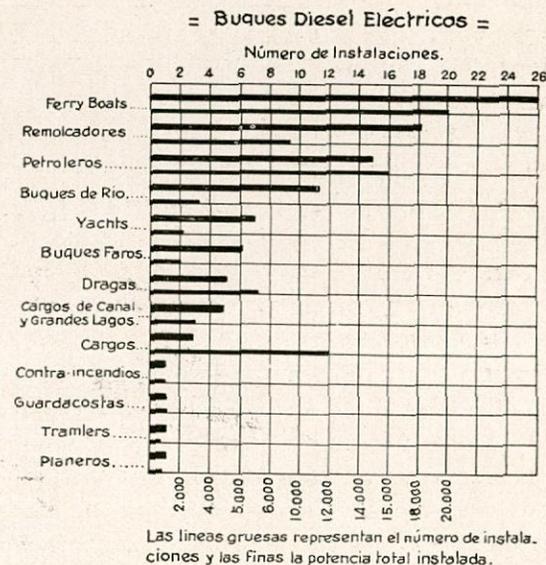


Fig. 26

Diesel eléctricos, que si bien en teoría, deben consumir de un 10 a un 12 % más que un Diesel directamente acoplado, la práctica no acusa tal diferencia y los resultados de unos y otros son perfectamente comparables.

Comparado con el Vulcan, y por las razones que hemos expuesto al tratar de este último, no creemos que desmerezca nada por lo que a la cuestión de rendimientos se refiere.

ciones cuando se trata de hélices de Froude,

$$\frac{E}{E_0} = 0.0945 \frac{R_0}{R} + 0.9055$$

donde R es el número de revoluciones por mi-

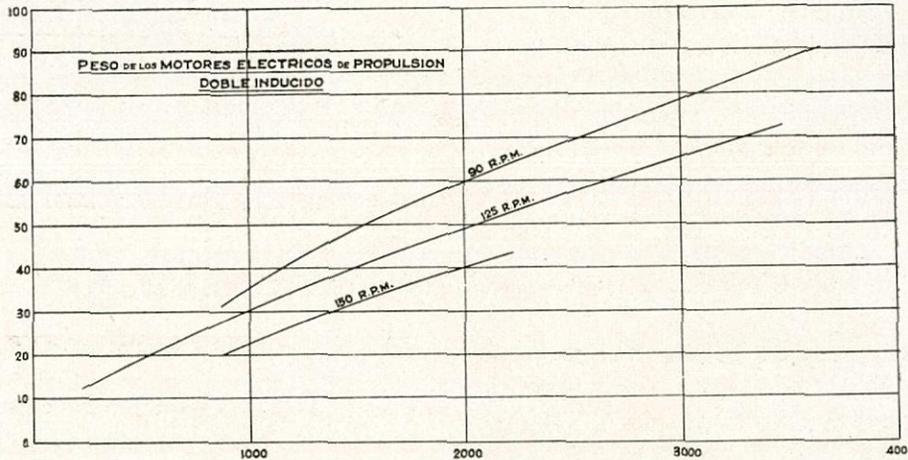


Fig. 27

Por último, el sistema Diesel eléctrico permite usar las hélices más convenientes (que generalmente suelen ser las más lentas) sin preocuparse para nada de las revoluciones de los motores Diesel que los tipos fabricados por la

nuto al que corresponde un rendimiento E de la hélice, y R₀ es el número de revoluciones para el que se desea obtener el rendimiento E₀ de la hélice.

La fotografía de la fig. 31, representa el motor

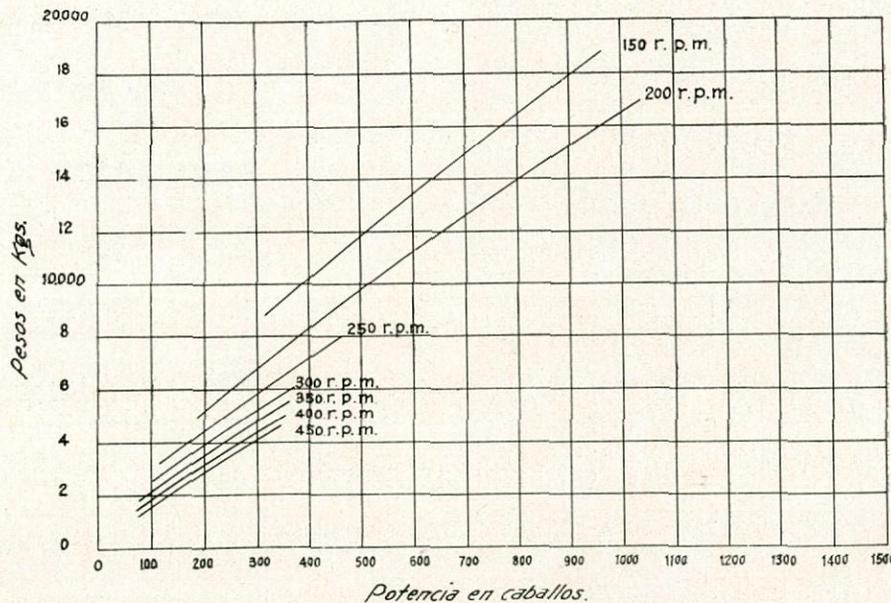


Fig. 28

Peso de los generadores empleados en la propulsión, de inducido simple

casa constructora obligan a adquirir. Para apreciar práctica y rápidamente las ventajas que con esto pueden obtenerse, es muy conveniente la fórmula siguiente que da la mejora de rendimiento de una hélice a otra según las revolu-

de propulsión en una instalación Diesel eléctrica.

Resumen general.—Como resumen de todo lo expuesto, pueden sacarse las siguientes conclusiones que pueden, a nuestro juicio, servir de base para los armadores que proyectan la

construcción de nuevos buques y como parte interesada contemplan la polémica entablada entre los partidarios del vapor y del Diesel.

1.º—La máquina alternativa de vapor, la

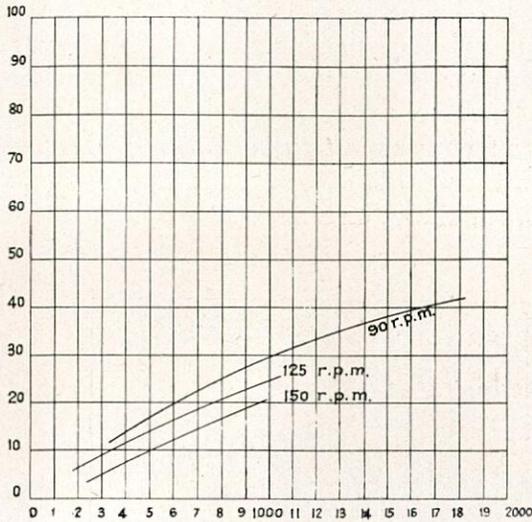


Fig. 29

Peso de los motores eléctricos de propulsión de inducido simple

vieja y segura máquina que durante años ha movido miles de buques y que había llegado, puede decirse al límite de su perfeccionamiento y de conocimiento por parte del personal, está

2.º—Las turbinas directamente acopladas tampoco se emplean ya en las nuevas construcciones, por pesadas, antieconómicas y por las muchas averías que sufrían y gravedad de estas dadas sus enormes dimensiones.

3.º—Respecto a los sistemas combinación de alternativa y turbina desaparecen todos los basados en el uso de tres hélices con una turbina de baja presión en el eje central y quedan con algún campo abierto las combinaciones basadas en las turbinas engranadas al mismo eje de la máquina alternativa, especialmente en el caso de conversiones económicas de buques ya existentes. Los sistemas Brown Bowery y Bauer Wach, son hasta ahora los más empleados, aunque, a juicio nuestro, tales conversiones solo son un paliativo que no resolverá el problema, si tales buques tienen que competir con buques de motor.

4.º—La turbina engranada de reducción sencilla, se seguirá empleando en buques de guerra, tales como destructores, cruceros rápidos, etc., pero sus averías, y el no dar las velocidades óptimas a los elementos turbinas y hélices, serán inconvenientes, cada vez más importantes, que restringirán su empleo en los buques mercantes. Pese a todo, y siendo su resultado económico, bueno, es posible que aun conser-

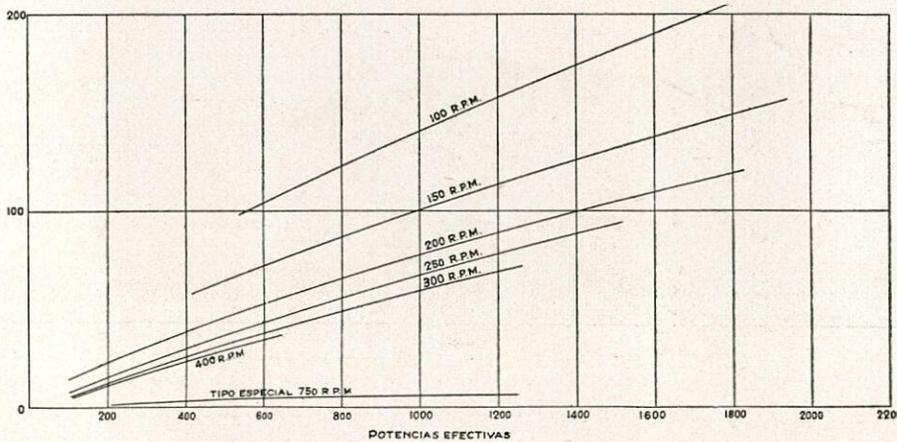


Fig. 30

llamada, salvo en casos de verdadera excepción, a desaparecer como órgano propulsor en las nuevas construcciones. Su peso excesivo y el aun más excesivo peso de combustible que su enorme consumo implica, la hacen antieconómica y no debe olvidarse que la economía es el puntal más sólido sobre el que debe apoyarse una explotación industrial.

ven el campo durante algún tiempo, mientras los armadores se convencen de las ventajas, que sobre ellas presenta, el sistema turboeléctrico, y los Diesel y Diesel-eléctrico alcancen suficiente desarrollo, para, con sus indiscutibles ventajas, desplazar a la reducción sencilla del campo de las grandes potencias. Los progresos que en el consumo vienen efectuando las ins-

talaciones a vapor marinas mediante el empleo de altas presiones y recalentamientos, hacen que no se vea el fin de esta lucha en la que en resumidas cuentas llevarán la mejor parte el turboeléctrico y el Diesel-eléctrico, representantes de los mejores métodos de propulsión con vapor y Diesel.

Respecto a la doble reducción, tan atrayente en teoría, ha dado ya muchos disgustos a sus partidarios para que ahora merezca más comentario ni más atención.

5.º—La reducción hidráulica Föttinger ha

Grandes Lagos, guardacosta, etc., y que, sus grandes cualidades de distribución, comodidad, economía, flexibilidad, facilidad de maniobra y peso, le colocan indiscutiblemente en el primer lugar entre los sistemas de propulsión por vapor.

7.º—El motor Diesel directamente acoplado, aunque sencillo y económico, necesita un reductor que permita usarlo a sus revoluciones más convenientes, bajo el punto de vista del peso, precio y espacio y aunque hoy día parece difícil creer que no se seguirá empleando como hasta ahora, directamente acoplado al pro-

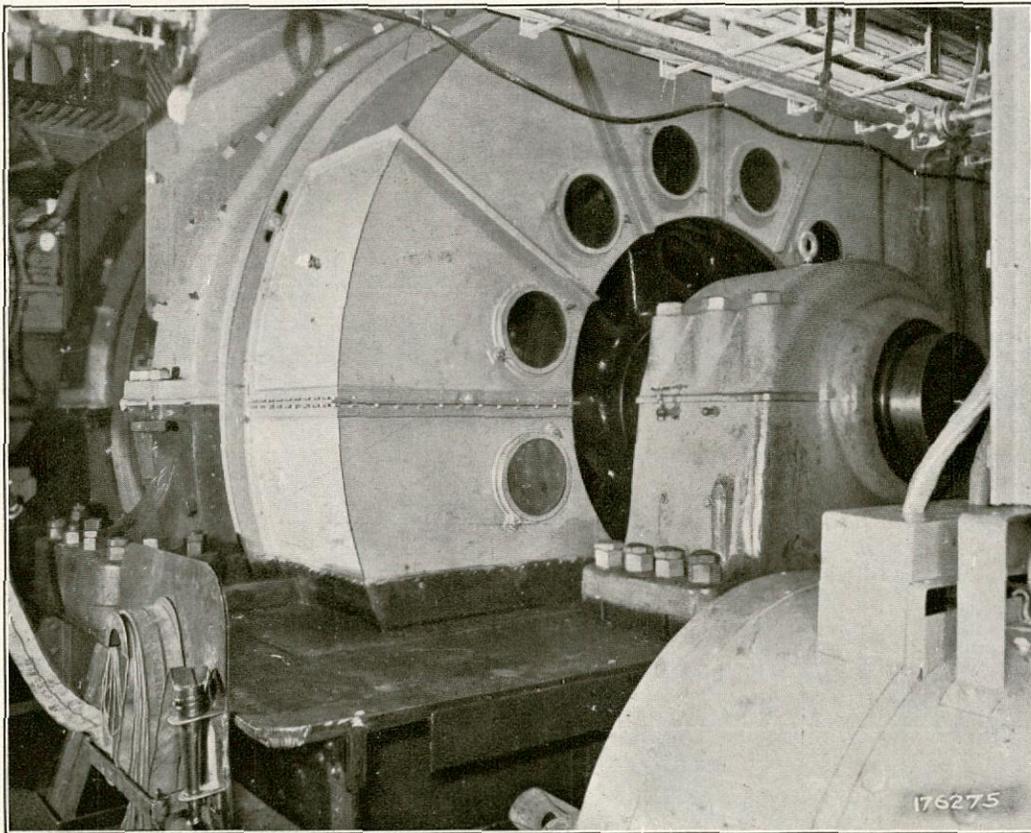


Fig. 31

Motor de propulsión de una instalación Diesel-eléctrica

sido otro intento fracasado y tampoco merece considerarse hoy día más que bajo el punto de vista histórico.

6.º—Respecto al sistema turboeléctrico solo diremos que es hoy día el más apropiado para potencias de 15.000 CV/Ef. en adelante y que su uso está indicadísimo para acorazados, cruceros acorazados y buques de pasaje aunque se use actualmente con gran éxito en otras clases de buques tales como ferryboats, cargos de los

pulsor, parece lógico suponer que siendo el reductor una necesidad sentida, acabará por imponerse definitivamente como lo ha hecho en las turbinas. Inútil es decir que como en el vapor el mejor reductor es el eléctrico.

Actualmente los tipos más extendidos son los de simple efecto 4 y 2 tiempos por no estar todavía bastante perfeccionados los de doble efecto, pero representando estos últimos el mejor aprovechamiento técnico del motor Diesel,

es lógico que su uso lo generalicen sus perfeccionamientos mecánicos.

8.º—En cuanto al sistema Vulcan, presenta ventajas, pero habiendo aparecido al mismo tiempo que el Diesel eléctrico, que presenta tales ventajas en mayor grado y tiene además otras, características e importantísimas, y a causa de la incertidumbre sobre la seguridad de los engranajes aun con acoplamiento hidráulico, no tiene, a nuestro juicio, un gran porvenir.

9.º—Por último el Diesel eléctrico, que es,

actualmente el mejor sistema de propulsión para potencias hasta de 12.000 o 15.000 CV/Ef. es de suponer que extienda su campo conforme los progresos de los motores Diesel se lo permitan, siendo este, a nuestro juicio el sistema de propulsión del presente y del porvenir, cómodo de instalación y de manejo, seguro, flexible, de magnífica maniobra, de poco peso y precio y ocupando el mínimo espacio en planta y en altura, ninguno tiene las probabilidades que él de adueñarse del mercado mundial.

Teoría general de las planchas y envueltas delgadas

por Carlos Preysler Ingeniero Naval (Continuación)

El apartado 7 de «Teoremas y fórmulas relativas a eje móviles» nos define con las ecuaciones (25) (25') (25'') las variaciones de las proyecciones sobre ejes fijos, de un vector ligado invariablemente a ejes móviles.

Como los cosenos directores no son otra cosa que proyección de vectores, podremos aplicar las fórmulas citadas al caso presente para la variación en un tiempo dt y teniendo en cuenta las ecuaciones (31) (32) (33) (74') (75') y (76'), escribiremos:

Variaciones de los cosenos del eje x respecto a los ejes fijos cuyo origen es P y cuyas direcciones son u v y w

$$\frac{d l_1}{d \alpha} d \alpha + \frac{d l_1}{d \beta} d \beta = \frac{d L_1}{d \alpha} d \alpha + \frac{d L_1}{d \beta} d \beta -$$

$$- \left(- \frac{u}{A B} \frac{d A}{d \beta} + \frac{1}{A} \frac{d v}{d \alpha} \right) \left(- \frac{d A}{d \beta} \frac{d \alpha}{B} +$$

$$+ \frac{d B}{d \alpha} \frac{d \beta}{A} \right) + \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} \right) \left(- \frac{A}{R_1} d \alpha \right)$$

$$\frac{d m_1}{d \alpha} d \alpha + \frac{d m_1}{d \beta} d \beta = \frac{d M_1}{d \alpha} d \alpha +$$

$$+ \frac{d M_1}{d \beta} d \beta - \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} \right) \left(\frac{B}{R_2} d \beta \right) +$$

$$+ 1 \left(- \frac{d A}{d \beta} \frac{d \alpha}{B} + \frac{d B}{d \alpha} \frac{d \beta}{A} \right)$$

$$\frac{d n_1}{d \alpha} d \alpha + \frac{d n_1}{d \beta} d \beta = \frac{d N_1}{d \alpha} d \alpha +$$

$$+ \frac{d N_1}{d \beta} d \beta - 1 \left(- \frac{A}{R_1} d \alpha \right) + \left(- \frac{u}{A B} \frac{d A}{d \beta} +$$

$$+ \frac{1}{A} \frac{d v}{d \alpha} \right) \left(\frac{B}{R_2} d \beta \right)$$

Variaciones de los cosenos del eje y respecto a los ejes fijos cuyo origen es P y cuyas direcciones son u , v y w

$$\frac{d l_2}{d \alpha} d \alpha + \frac{d l_2}{d \beta} d \beta = \frac{d L_2}{d \alpha} d \alpha + \frac{d L_2}{d \beta} d \beta -$$

$$- 1 \left(- \frac{d A}{d \beta} \frac{d \alpha}{B} + \frac{d B}{d \alpha} \frac{d \beta}{A} \right) + \left(\frac{v}{R_2} +$$

$$+ \frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} \right) \left(- \frac{A}{R_1} d \alpha \right)$$

$$\frac{d m_2}{d \alpha} d \alpha + \frac{d m_2}{d \beta} d \beta = \frac{d M_2}{d \alpha} d \alpha + \frac{d M_2}{d \beta} d \beta -$$

$$- \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} \right) \left(\frac{B}{R_2} d \beta \right) + \left(\frac{u}{A B} \frac{d A}{d \beta} -$$

$$-\frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \left(-\frac{dA}{d\beta} \frac{d\alpha}{B} + \frac{dB}{d\alpha} \frac{d\beta}{A} \right)$$

$$\frac{dn_2}{d\alpha} d\alpha + \frac{dn_2}{d\beta} d\beta = \frac{dN_2}{d\alpha} d\alpha + \frac{dN_2}{d\beta} d\beta -$$

$$-\left(\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \right) \left(-\frac{A}{R_1} d\alpha \right) + 1 \left(\frac{B}{R_2} d\beta \right)$$

$$\frac{dm_1}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} \right) - \frac{1}{B} \frac{dA}{d\beta}$$

$$\frac{dm_1}{d\beta} = \frac{d}{d\beta} \left(\frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} \right) - \frac{B}{R_2} \left(\frac{u}{R_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) + \frac{1}{A} \frac{dB}{d\alpha}$$

Variaciones de los cosenos del eje z respecto a los ejes fijos cuyo origen es P y cuyas direcciones son u, v y w

$$\frac{dl_3}{d\alpha} d\alpha + \frac{dl_3}{d\beta} d\beta = \frac{dL_3}{d\alpha} d\alpha + \frac{dL_3}{d\beta} d\beta -$$

$$-\left(-\frac{v}{R_2} - \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) \left(-\frac{dA}{d\beta} \frac{d\alpha}{B} + \frac{dB}{d\alpha} \frac{d\beta}{A} \right) +$$

$$+ 1 \left(-\frac{A}{R_1} d\alpha \right)$$

$$\frac{dn_1}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} + \frac{u}{R_1} \right) + \frac{A}{R_1}$$

$$\frac{dn_1}{d\beta} = \frac{d}{d\beta} \left(\frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} + \frac{u}{R_1} \right) + \frac{B}{R_2} \left(\frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} - \right.$$

$$\left. - \frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} \right)$$

$$\frac{dm_3}{d\alpha} d\alpha + \frac{dm_3}{d\beta} d\beta = \frac{dM_3}{d\alpha} d\alpha + \frac{dM_3}{d\beta} d\beta -$$

$$- 1 \left(\frac{B}{R_2} d\beta \right) + \left(-\frac{u}{R_1} - \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right)$$

$$\left(-\frac{dA}{d\beta} \frac{d\alpha}{B} + \frac{dB}{d\alpha} \frac{d\beta}{A} \right)$$

$$\frac{dl_2}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \right) + \frac{1}{B} \frac{dA}{d\beta} -$$

$$- \frac{A}{R_1} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right)$$

$$\frac{dn_3}{d\alpha} d\alpha + \frac{dn_3}{d\beta} d\beta = \frac{dN_3}{d\alpha} d\alpha + \frac{dN_3}{d\beta} d\beta -$$

$$-\left(-\frac{u}{R_1} - \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) \left(-\frac{A}{R_1} d\alpha \right) +$$

$$+\left(-\frac{v}{R_2} - \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) \left(\frac{B}{R_2} d\beta \right)$$

$$\frac{dl_2}{d\beta} = -\frac{d}{d\beta} \left(\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \right) - \frac{1}{A} \frac{dB}{d\alpha}$$

$$\frac{dm_2}{d\alpha} = \frac{1}{AB} \frac{dA}{d\beta} \left(\frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} - \frac{dv}{d\alpha} \right)$$

$$\frac{dm_2}{d\beta} = -\frac{1}{R_2} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{dw}{d\beta} \right) - \frac{1}{A^2} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{dv}{d\alpha} - \right.$$

$$\left. - \frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} \right)$$

Efectuando operaciones e igualando los coeficientes de dα y β en los dos miembros, escribiremos:

$$\frac{dl_1}{d\alpha} = -\frac{1}{AB} \frac{dA}{d\beta} \left(\frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} - \frac{dv}{d\alpha} \right) -$$

$$- \frac{1}{R_1} \left(\frac{Au}{R_1} + \frac{dw}{d\alpha} \right)$$

$$\frac{dn_2}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) - \frac{1}{R_1} \left(\frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} \right)$$

$$\frac{dn_2}{d\beta} = \frac{d}{d\beta} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) + \frac{B}{R_2}$$

$$\frac{dl_1}{d\beta} = -\frac{1}{A^2} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} \right)$$

$$\frac{dl_3}{d\alpha} = -\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) - \frac{1}{B} \frac{dA}{d\beta} \left(\frac{v}{R_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) - \frac{A}{R_1}$$

$$\frac{dl_3}{d\beta} = -\frac{d}{d\beta} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) + \frac{1}{A} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{v}{R_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right)$$

$$\frac{dm_3}{d\alpha} = -\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} + \frac{v}{R_2} \right) + \frac{1}{B} \frac{dA}{d\beta} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right)$$

$$\frac{dm_3}{d\beta} = -\frac{d}{d\beta} \left(\frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} + \frac{v}{R_2} \right) - \frac{B}{R_2} - \frac{1}{A} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right)$$

$$\frac{dn_3}{d\alpha} = -\frac{1}{R} \left(\frac{uA}{R_1} + \frac{dw}{d\alpha} \right)$$

$$\frac{dn_3}{d\beta} = -\frac{1}{R_2} \left(\frac{vB}{R_2} + \frac{dw}{d\beta} \right)$$

Los valores de

$$\frac{dl_1}{d\alpha}, \frac{dm_1}{d\beta}, \frac{dn_1}{d\alpha}, \frac{dl_2}{d\beta}, \dots, \frac{dn_3}{d\beta}$$

definidos por las ecuaciones que preceden, los podremos sustituir en las fórmulas (68) (69) (70) (71) (72) y (73) que definen los valores de q'_1 r'_1 p'_1 q'_2 r'_2 y p'_2 y reemplazando en las mismas a l_1 l_2 l_3 ... n_3 por las fórmulas (89) (92) (95).... (97) tendremos:

$$r'_1 = \left[-\frac{1}{AB} \frac{dA}{d\beta} \left(\frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} - \frac{dv}{d\alpha} \right) - \frac{1}{R_1} \left(\frac{Au}{R_1} + \frac{dw}{d\alpha} \right) \right] \left(\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{B} \frac{dA}{d\beta} \right) \times 1 + \left[\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} + \frac{u}{R_1} \right) + \frac{A}{R_1} \right] \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right)$$

$$p'_1 = \left[\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \right) + \frac{1}{B} \frac{dA}{d\beta} - \frac{A}{R_1} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) \right] \left(-\frac{u}{R_1} - \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) + \frac{1}{AB} \frac{dA}{d\beta} \left(\frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} - \frac{dv}{d\alpha} \right) \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) +$$

$$+ \left[\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) - \frac{1}{R} \left(\frac{dv}{d\alpha} + \frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} \right) \right] \times 1$$

$$q'_1 = - \left[\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) + \frac{1}{B} \frac{dA}{d\beta} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) + \frac{A}{R_1} \right] \times 1 + \left[\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} + \frac{v}{R_2} \right) - \frac{1}{B} \frac{dA}{d\beta} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) \right] \times \left(\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \right) - \frac{1}{R_1} \left(\frac{uA}{R_2} + \frac{dw}{d\alpha} \right) \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right)$$

$$r'_2 = -\frac{1}{A^2} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} \right) \left(\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \right) + \left[\frac{d}{d\beta} \left(\frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} \right) - \frac{B}{R_2} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) + \frac{1}{A} \frac{dB}{d\alpha} \right] \times 1 + \left[\frac{d}{d\beta} \left(\frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} + \frac{u}{R_1} \right) + \frac{B}{R_2} \left(\frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} \right) \right] \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right)$$

$$p'_2 = - \left[\frac{d}{d\beta} \left(\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} - \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \right) - \frac{1}{A} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) + \left[\frac{1}{R_2} \left(\frac{vB}{R_2} + \frac{dw}{d\beta} \right) + \frac{1}{A^2} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{dv}{d\alpha} - \frac{u}{B} \frac{dA}{d\beta} \right) \right] \times \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} + \left[\frac{d}{d\beta} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) + \frac{B}{R_2} \right] \times 1$$

$$q'_2 = \left[-\frac{d}{d\beta} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) + \frac{1}{A} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} \right) \right] \times 1 - \left[\frac{d}{d\beta} \left(\frac{1}{B} \frac{dw}{d\beta} + \frac{v}{R_2} \right) + \frac{B}{R_2} + \frac{1}{A} \frac{dB}{d\alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\alpha} \right) \right] \times \left(-\frac{u}{AB} \frac{dA}{d\beta} + \frac{1}{A} \frac{dv}{d\alpha} \right)$$

$$+ \frac{1}{A} \frac{d v}{d \alpha} - \frac{1}{R_2} \left(\frac{v B}{R_2} + \frac{d w}{d \beta} \right) \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} \right)$$

Despreciando como antes los productos de u, v, w y sus derivadas

$$\frac{d u}{d \alpha}, \frac{d u}{d \beta}, \frac{d v}{d \alpha}, \frac{d v}{d \beta}, \frac{d w}{d \alpha}, \frac{d w}{d \beta}$$

las anteriores fórmulas se reducen a las siguientes:

$$\begin{aligned} q'_1 &= -\frac{1}{B} \frac{d A}{d \beta} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} \right) - \\ &\quad - \frac{d}{d \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} + \frac{u}{R_1} \right) - \frac{A}{R_1} \\ r'_1 &= \frac{d}{d \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{d v}{d \alpha} - \frac{u}{A B} \frac{d A}{d \beta} \right) - \\ &\quad - \frac{1}{B} \frac{d A}{d \beta} + \frac{A}{R_1} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} \right) \\ p'_1 &= -\frac{1}{R_1} \left(\frac{d v}{d \alpha} - \frac{u}{B} \frac{d A}{d \beta} \right) + \\ &\quad + \frac{d}{d \alpha} \left(\frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} + \frac{u}{R_2} \right) - \frac{1}{B} \frac{d A}{d \beta} \left(\frac{u}{R_1} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} \right) \\ q'_2 &= \frac{1}{A} \frac{d B}{d \alpha} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} \right) - \\ &\quad - \frac{d}{d \beta} \left(\frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} + \frac{u}{R_1} \right) - \frac{B}{A R_2} \left(\frac{d v}{d \alpha} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{u}{B} \frac{d A}{d \beta} \right) \\ r'_2 &= \frac{d}{d \beta} \left(\frac{1}{A} \frac{d v}{d \alpha} - \frac{u}{A B} \frac{d A}{d \beta} \right) + \\ &\quad + \frac{1}{A} \frac{d B}{d \alpha} - \frac{B}{R_2} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} \right) \\ p'_2 &= \frac{d}{d \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} + \frac{v}{R_2} \right) + \frac{B}{R_2} + \\ &\quad + \frac{1}{A} \frac{d B}{d \alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} \right) \end{aligned} \tag{98'}$$

Conociendo estos valores, bastará que los sustituamos en las ecuaciones (43') y se obtendrán los valores de k_1, k_2 y τ que serán:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{A B} \frac{d A}{d \beta} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} \right) + \\ &\quad + \frac{1}{A} \frac{d}{d \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} + \frac{u}{R_1} \right) \end{aligned} \tag{99}$$

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{1}{A B} \frac{d B}{d \alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{d w}{d \alpha} \right) + \\ &\quad + \frac{1}{B} \frac{d}{d \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} + \frac{v}{R_2} \right) \end{aligned} \tag{100}$$

$$\begin{aligned} \tau &= -\frac{1}{A} \frac{d v}{R_1 d \alpha} + \frac{1}{A} \frac{d}{d \alpha} \left(\frac{1}{B} \frac{d w}{d \beta} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{v}{R_2} \right) - \frac{1}{A^2 B} \frac{d A}{d \beta} \frac{d w}{d \alpha} \end{aligned} \tag{101}$$

Estas ecuaciones nos dan los valores de los coeficientes k_1, k_2 y τ que definen los «cambios de curvatura» y con las (86) (87) y (88) halladas antes, que definen ϵ_1, ϵ_2 y ω completan las fórmulas relativas a los pequeños desplazamientos.

6.—*Naturaleza de la deformación de una plancha o envuelta delgada.*—Para investigar el estado de deformación de una plancha o envuelta delgada, supondremos que la superficie media se deforma sufriendo muy pequeñas extensiones de sus elementos lineales o sea en forma que si se la adaptase sobre la superficie sin deformar, la falta de coincidencia resultaría despreciable.

Consideraremos que se fija la superficie media deformada de la plancha o envuelta e imaginaremos un estado de dicha plancha o envuelta en el cual los elementos lineales que eran normales a la superficie media sin deformar, se conservan rectos y normales a la superficie media deformada, sin modificar su longitud.

Sea (fig. 5) P un punto de la superficie media sin deformar y supongamos que este punto se desplaza al punto P₁ de la superficie media deformada. Sean X Y Z las coordenadas del

punto P_1 con relación a los ejes fijos $X Y Z$. Los puntos P y P_1 corresponden a los mismos valores de los parámetros α y β .

Consideremos un punto Q en la normal en

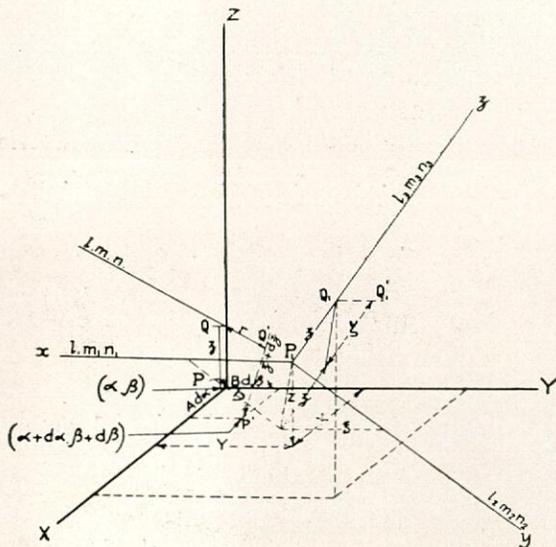


Fig. 5

P a la superficie media sin deformar y llamemos z a la distancia que separa Q de P , cuya distancia consideraremos positiva en el sentido que indica la figura.

Cuando la plancha o envuelta se deforma como antes indicamos, el punto Q pasará a la posición Q_1 situado en la normal en P_1 a la superficie media deformada, siendo la distancia de P_1 a Q_1 la misma que había entre P y Q o sea z .

Las coordenadas del punto Q respecto a los ejes fijos si designamos por $l_1 m_1 n_1, l_2 m_2 n_2, l_3 m_3 n_3$, los cosenos directores respecto a los ejes fijos de los x y z correspondientes al punto P_1 de la superficie media deformada, se definirán como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Coordenada según el eje } X &= X + l_3 z \\ \text{» » » » } Y &= Y + m_3 z \\ \text{» » » » } Z &= Z + n_3 z \end{aligned}$$

El verdadero estado de la plancha o envuelta cuando se haya deformado de modo que la superficie media tenga la forma que le hemos asignado, se puede obtener partiendo de este es-

tado imponiendo un desplazamiento adicional a los puntos tales como el Q_1 .

Sean $\xi \eta \epsilon$ las componentes de desplazamiento adicional referidas a los ejes x y z cuyo origen está en P_1 y que se han trazado como se indicó en el apartado 3.

Las coordenadas de la posición final Q'_1 del punto Q respecto a los ejes fijos serán:

$$\left. \begin{aligned} \text{Coordenada según el eje } X &= X + \\ &+ l_1 \xi + l_2 \eta + l_3 (z + \epsilon) \\ \text{Coordenada según el eje } Y &= Y + \\ &+ m_1 \xi + m_2 \eta + m_3 (z + \epsilon) \\ \text{Coordenada según el eje } Z &= Z + \\ &+ n_1 \xi + n_2 \eta + n_3 (z + \epsilon) \end{aligned} \right\} (102)$$

En estas expresiones, $X Y Z, l_1 m_1 n_1 \dots n_3$ son funciones de los parámetros α y β y $\xi \eta \epsilon$ son funciones de los mismos parámetros α y β y además de la coordenada z del punto Q .

Estudiemos ahora las variaciones que deben sufrir las anteriores expresiones cuando en lugar de los puntos P y Q que solo se han considerado en la fig. 5 nos ocupemos también de otros próximos P' y Q' (fig. 6) tales que Q' es-

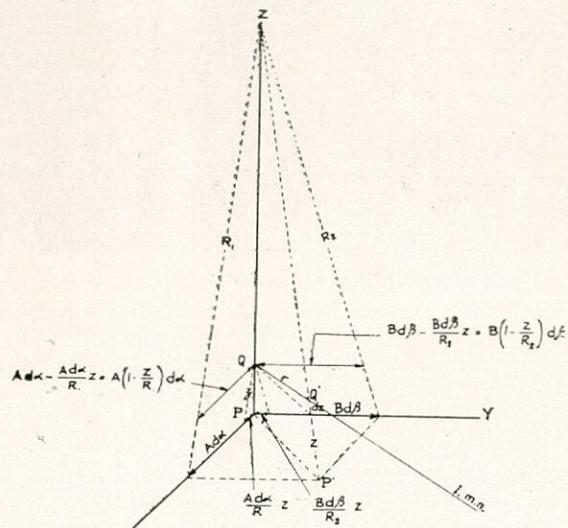


Fig. 6

té situado en la normal a la superficie media sin deformar, en el punto P' y que la distancia $P' Q'$ sea igual a $z + dz$.

Sean α y β los parámetros correspondientes al punto P, y $\alpha + d\alpha$ y $\beta + d\beta$ los correspondientes al punto P'. Llamemos r la distancia QQ' y designemos por $l m n$ los cosenos directores de la recta QQ' respecto a los ejes XYZ, que están trazados según las tangentes a las curvas $\alpha = k_1$ $\beta = k_2$ y la normal a la superficie media sin deformar en P.

Las cantidades α β y z se pueden considerar como los parámetros de una familia de superficies triortogonales. Las superficies $z = k_3$ serán paralelas a la superficie media sin deformar y las superficies $\alpha = k_1$ y $\beta = k_2$ serán superficies desarrollables cuyas generatrices serán las normales a la superficie media sin deformar en puntos de sus diversas líneas de curvatura.

El elemento lineal QQ' o sea r se puede expresar en función de estos parámetros, por la siguiente fórmula:

$$r = \sqrt{\left[A\left(1 - \frac{z}{R_1}\right)d\alpha\right]^2 + \left[B\left(1 - \frac{z}{R_2}\right)d\beta\right]^2 + (dz)^2}$$

y como las proyecciones del citado elemento, sobre los ejes XYZ son $r \cdot l$, $r \cdot m$, y $r \cdot n$, podremos escribir:

$$d\alpha = \frac{r \cdot l}{A\left(1 - \frac{z}{R_1}\right)} \quad d\beta = \frac{r \cdot m}{B\left(1 - \frac{z}{R_2}\right)}$$

$$dz = r \cdot n \quad (103)$$

Para calcular las coordenadas de la posición final del punto Q' después de la deformación, tendremos que hacer en las fórmulas (102) las siguientes sustituciones:

$$X \text{ por } X + \frac{dX}{d\alpha} d\alpha + \frac{dX}{d\beta} d\beta$$

$$Y \text{ por } Y + \frac{dY}{d\alpha} d\alpha + \frac{dY}{d\beta} d\beta$$

$$Z \text{ por } Z + dz$$

$$\xi \text{ por } \xi + \frac{d\xi}{d\alpha} d\alpha + \frac{d\xi}{d\beta} d\beta + \frac{d\xi}{dz} dz$$

$$\eta \text{ por } \eta + \frac{d\eta}{d\alpha} d\alpha + \frac{d\eta}{d\beta} d\beta + \frac{d\eta}{dz} dz$$

$$\zeta \text{ por } \zeta + \frac{d\zeta}{d\alpha} d\alpha + \frac{d\zeta}{d\beta} d\beta + \frac{d\zeta}{dz} dz$$

y teniendo en cuenta las fórmulas (17) del apartado 4.º de «Teoremas y fórmulas relativas a los ejes móviles» y las (36') (36'') y (36''') escritas más atrás, haremos también estas otras.

$$l_1 \text{ por } l_1 - l_3 (q'_1 d\alpha + q'_2 d\beta) +$$

$$+ l_2 (r'_1 d\alpha + r'_2 d\beta)$$

$$l_2 \text{ por } l_2 - l_1 (r'_1 d\alpha + r'_2 d\beta) +$$

$$+ l_3 (p'_1 d\alpha + p'_2 d\beta)$$

$$l_3 \text{ por } l_3 - l_2 (p'_1 d\alpha + p'_2 d\beta) +$$

$$+ l_1 (q'_1 d\alpha + q'_2 d\beta)$$

$$m_1 \text{ por } m_1 - m_3 (q'_1 d\alpha + q'_2 d\beta) +$$

$$+ m_2 (r'_1 d\alpha + r'_2 d\beta)$$

$$m_2 \text{ por } m_2 - m_1 (r'_1 d\alpha + r'_2 d\beta) +$$

$$+ m_3 (p'_1 d\alpha + p'_2 d\beta)$$

$$m_3 \text{ por } m_3 - m_2 (p'_1 d\alpha + p'_2 d\beta) +$$

$$+ m_1 (q'_1 d\alpha + q'_2 d\beta)$$

$$n_1 \text{ por } n_1 - n_3 (q'_1 d\alpha + q'_2 d\beta) +$$

$$+ n_2 (r'_1 d\alpha + r'_2 d\beta)$$

$$n_2 \text{ por } n_2 - n_1 (r'_1 d\alpha + r'_2 d\beta) +$$

$$+ n_3 (p'_1 d\alpha + p'_2 d\beta)$$

$$n_3 \text{ por } n_3 - n_2 (p'_1 d\alpha + p'_2 d\beta) +$$

$$+ n_1 (q'_1 d\alpha + q'_2 d\beta)$$

(Continuará)

Estudio sobre el procedimiento matemático de Taylor para el trazado de carenas, seguido de una aplicación numérica al trazado de formas de un crucero

por Manuel L. Acevedo Ingeniero Naval

La carena de un buque no es por el momento, ni es de esperar que en breve pueda llegar a serlo, dada la complejidad de factores que en su determinación intervienen, lo que se llama una superficie matemática, es decir, una superficie con su ecuación correspondiente conocida y determinada directamente por el planteamiento de la cuestión con los datos que constituyen un programa de proyecto de buque. Hoy por hoy, es simplemente, la carena, una superficie experimental cuya determinación se hace, dentro, desde luego, de las exigencias particulares de cada programa de proyecto, ateniéndose a los resultados que la experiencia ha demostrado ser los más convenientes, y en los que poco a poco se van introduciendo reformas que orientadas más o menos en principios teóricos, han encontrado su confirmación satisfactoria en la práctica.

El método matemático de Taylor de que vamos a ocuparnos no es, pues, como su denominación pudiera acaso hacer sospechar, un procedimiento matemático para *calcular* carenas, sino sencillamente un método que utilizando fórmulas convenientemente elegidas, tiene por objeto hacer más fácil la laboriosa tarea de *representar* mediante un plano de trazado, la carena de un buque cuyas dimensiones principales se han determinado ya, y cuya forma geométrica ha sido elegida también previamente.

Las fórmulas empleadas tendrán, pues, la forma y el número suficiente de parámetros electivos, para que determinando estos en cada caso por comparación con los valores que tengan en barcos similares al que se proyecta, o aquellos que resulten directamente de las expe-

riencias con modelos, cuando se trate de una nueva forma de carena, la línea que determine la fórmula empleada sea semejante a la del barco o modelo que se haya tomado como tipo. Al mismo tiempo, las fórmulas empleadas deberán estar en forma apropiada que permita fácilmente introducir las condiciones de tamaño, a fin de que la carena que se vaya a obtener tenga el desplazamiento y dimensiones del buque particular de que se trate, y que previamente se hayan determinado.

Al cumplirse estos dos grupos de condiciones: condiciones de *forma* y condiciones de *tamaño*, se efectuará el trazado con la doble seguridad de que la carena que se obtenga, ha de ser semejante a la del barco o modelo tomado como tipo de comparación, y que su desplazamiento y demás características de magnitud han de ser las fijadas para el caso particular de que se trate, evitándose los enojosos tanteos y compensaciones que en los métodos de trazado ordinariamente empleados, suelen presentarse.

El método de Taylor, es, como se ve, esencialmente representativo y, como la mayoría de los empleados en la técnica naval, comparativo y experimental.

Con su empleo, volvemos a repetir, no se obtienen *per se*, carenas de mínima resistencia, sino simplemente carenas que acomodándose a las condiciones de cada proyecto particular, presentan, además, una forma deseada, determinada a priori por la fijación de los parámetros. Es claro, que siendo las condiciones que fijan los parámetros, influyentes en la resistencia a la marcha del barco, de su valoración depende esta, y si se conociesen las relaciones

matemáticas que las ligan podrían introducirse dichas relaciones para determinarlos, obteniéndose así líneas de mínima resistencia, más como ya al principio se ha indicado, al ser desconocidas dichas relaciones matemáticas, no hay que pensar en la posibilidad actual de efectuar el trazado en esa forma. Sin embargo, se puede añadir, dado que las experiencias con modelos para obtener carenas de mínima resistencia, proporcionan resultados perfectamente concretos, valores numéricos que tienen o deben tener los parámetros que determinan las condiciones geométricas de forma, el método Taylor ayudado con las experiencias de modelos, permite indirectamente obtener líneas análogas a las que se han encontrado como mejores en los modelos, es decir, líneas las más convenientes desde el punto de vista de resistencia a la marcha para cada tipo de barco determinado.

A esto último podría argüirse, que para deducir de un modelo, la carena de un buque, no hace falta recurrir al método de Taylor, siendo suficiente para ello aplicar las relaciones de proporcionalidad geométrica. Más adelante, veremos, que el método de Taylor parece el más indicado para aquel objeto, presentando sobre la deducción por proporcionalidad geométrica, notables ventajas. Desde luego, podemos afirmar que, *el método que nos ocupa, está ya fuera del período de ensayos, pues la conveniencia de su empleo ha sido sancionada por una larga experiencia en los Estados Unidos, donde se viene utilizando, casi exclusivamente, desde hace más de veinte años.*

Antes de entrar en la explicación detallada del método, estimamos conveniente dar una idea esquemática del mismo, y de las razones por que creemos se han elegido determinadas líneas de las que figuran en un plano de formas, para hacer la determinación de la carena.

En un plano de formas se utilizan, como es bien sabido, tres sistemas de líneas representativas; cuadernas de trazado, líneas de agua y cortes longitudinales, correspondiendo respectivamente a las tres proyecciones empleadas. Dichos sistemas de líneas pueden deducirse unos de otros, bastando por tanto en principio, uno de ellos para determinar la carena. Sin embargo, el sistema de cortes longitudinales, por su propia naturaleza, no es el más apropiado para dicho fin, y por eso ya en la práctica sue en emplearse un reducido número de dichos cor-

tes, que solamente tienen por objeto el comprobar la continuidad de la carena y el acuerdo relativo de los otros dos sistemas de líneas; además, como por su irregularidad, los cortes longitudinales no se prestan fácilmente a una ecuación de forma sencilla, se comprende no sean los indicados para emplear en un método de trazado del carácter del que nos ocupa.

De los otros dos sistemas de líneas: cuadernas de trazado y líneas de agua, cualquiera de ellos se compone de líneas que por su forma regular sería fácil atribuirles una ecuación relativamente sencilla; además, dada la variación gradual que, dentro de cada sistema, se observa en el paso de una línea a la siguiente, se comprende la posibilidad de que todas las líneas de un sistema, o por lo menos en grandes grupos, obedezcan a una misma ecuación, variando solamente los parámetros al pasar de una línea a las sucesivas. Esta variación gradual en el paso de una línea a la siguiente, se hace de una manera más insensible todavía en el sistema de cuadernas de trazado que en el de líneas de agua; por esta razón, y como por otra parte la carena queda determinada más completamente por medio de sus cuadernas que por cualesquiera otras líneas y como, además en las ecuaciones que se empleen es preciso introducir condiciones de tamaño, que, como el desplazamiento, y condiciones de forma, que, como la distribución longitudinal del mismo, se estudian en el trabajo de proyecto sobre la curva de áreas de cuadernas, se comprende que Taylor haya dado la preferencia en su método, a las cuadernas, sobre las otras líneas representativas que componen el plano de formas.

La elección de las cuadernas supone además ventaja para la determinación de la obra muerta, la que también suele indicarse en los planos de trazado, ya que, como en lugar oportuno se verá, una de las características que se consideran en las cuadernas, es la inclinación del costado en la flotación («flare»).

Con el método de Taylor se determina, por lo tanto, el transversal de trazado; de este se pasa luego fácilmente a las otras dos proyecciones.

Con este método, y como ya antes se ha dado a entender, se consideran por separado las características de forma y las de tamaño, de la carena.

Para el estudio de la forma se hace uso de

las, denominadas por Taylor, *curvas unidad*. Dada la importancia que estas curvas desempeñan en el método, conviene nos detengamos con alguna atención en definir las y examinar algunas de sus propiedades, fundamentales en su aplicación a las carenas.

Sea (fig 1.^a) una curva cualquiera referida a

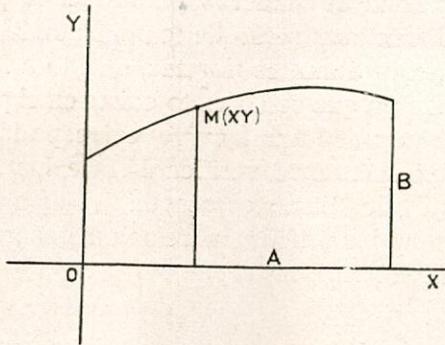


Fig. 1

un par de ejes y limitada en su extremo por una ordenada. Sean A y B los valores respectivos de la abscisa y ordenada extremas. Si M (X . Y) es un punto cualquiera de la curva considerada, podremos deducir de ella fácilmente, una segunda curva cuyas coordenadas (x . y) sean para cada punto m correspondiente al M:

$$x = \frac{X}{A} \quad y = \frac{Y}{B}$$

Esta segunda curva, (fig. 2.^a) así deducida de la primera, se denomina curva unidad, aten-

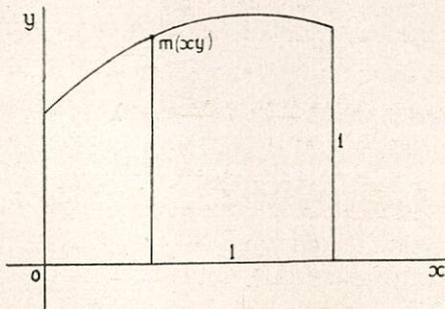


Fig. 2

diendo a que sus coordenadas extremas son ambas iguales a la unidad. Sus coordenadas intermedias serán fracciones decimales de 1, pudiendo, en general, darse el caso de que algunas de las ordenadas intermedias sean mayores que la unidad.

Vemos, pues, que a cada curva que se considere corresponde una cierta y determinada curva unidad, de fácil deducción, (1).

Recíprocamente, conocida la curva unidad puede pasarse a la curva de la figura 1.^a, una vez que se fijen los valores A y B que han de tener las coordenadas extremas. Pero, por tanto, mientras que a cada curva corresponde una sola curva unidad, a una curva unidad corresponden infinitas curvas, relativas a los infinitos pares de valores que pueden admitirse para las coordenadas extremas.

Veamos, ahora, la siguiente propiedad, base para la aplicación de las curvas unidad al procedimiento de trazado que nos ocupa:

—Si se tienen dos curvas tales que tomando sus abscisas en una relación constante $\frac{X_2}{X_1} = K$, las ordenadas correspondientes están también en otra relación constante $\frac{Y_2}{Y_1} = K'$, y ambas curvas están limitadas en su extremo por coordenadas que satisfacen a esta correspondencia, dichas dos curvas tendrán la misma curva unidad.

En efecto, considerando las coordenadas extremas (A₁ B₁) y (A₂ B₂) de ambas curvas, y las (X₁ Y₁) y (X₂ Y₂) de dos puntos intermedios correspondientes cualesquiera, se tendrá:

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{A_2}{A_1} = K \quad \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{B_2}{B_1} = K' \quad \text{de donde}$$

$$\frac{X_2}{A_2} = \frac{X_1}{A_1} \quad \frac{Y_2}{B_2} = \frac{Y_1}{B_1} \quad \text{es decir}$$

$$x_2 = x_1 \quad y_2 = y_1$$

siendo (x₁ y₁) y (x₂ y₂) las coordenadas de los puntos respectivos en las dos curvas unidad correspondientes. Luego, ambas curvas unidad coinciden punto por punto, es decir, son una misma.

—Recíprocamente si de las infinitas curvas que corresponden a una misma curva unidad, se consideran dos cualesquiera, relativas a dos pares de coordenadas extremas (A₁ B₁) y (A₂ B₂), entre las coordenadas (X₁ Y₁) y (X₂ Y₂) de los puntos de dichas dos curvas correspon-

(1) Si f (X Y) = 0, es la ecuación de la curva efectiva, la ecuación de su curva unidad será: f (Ax, By) = 0.

dientes a un mismo punto (x . y) de la curva unidad, se verifica la relación:

$$\frac{X_2}{X_1} = K \quad \frac{Y_2}{Y_1} = K'$$

en efecto, por definición:

$$X_2 = A_2 \cdot x \quad X_1 = A_1 \cdot x$$

$$Y_2 = B_2 \cdot y \quad Y_1 = B_1 \cdot y$$

de donde:

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{A_2}{A_1} = K$$

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{B_2}{B_1} = K'$$

aplicando esta propiedad general al caso de carenas, podremos establecer que:

—Dos carenas geoméricamente semejantes tienen las mismas curvas unidad: de flotación, cuadernas, etc. (en general, de todas las líneas homólogas que pueden suponerse sobre una carena); la misma curva unidad de áreas de cuadernas, la misma curva unidad de desplazamiento, etc., supuesto, desde luego, que las curvas efectivas a que las curvas unidad enumeradas corresponden, se encuentran referidas a los ejes usuales en la práctica.

En efecto, si λ es la relación de semejanza de las dos carenas, fácilmente se ve, que los ahora considerados, son casos particulares del general establecido anteriormente, y en los que las relaciones de abscisas K y ordenadas K' de las distintas curvas, tienen los valores:

Para líneas homólogas (flotación, cuadernas, etc.): $K = K' = \lambda$

Para la curva de áreas de cuadernas

$$K = \lambda \quad K' = \lambda^2$$

Para la curva de desplazamiento:

$$K = \lambda \quad K' = \lambda^3$$

Por lo tanto, las curvas unidad correspondientes, serán las mismas para las dos carenas.

Es decir, que las curvas unidad son independientes, del tamaño de la carena, dependiendo solamente de su forma, y que, por consiguiente, para cada forma de carena se tendrán unas determinadas curvas unidad, de áreas de cuadernas, flotación, etc.

—La recíproca, sin embargo, no es cierta, es decir, que a unas determinadas curvas unidad de áreas de cuadernas, flotación etc., no corresponden una serie de carenas de la misma forma, sino infinitas formas, debido a la indeterminación que se ha visto existe en el paso de la curva unidad a una curva correspondiente a ella; únicamente se verificará entre las coordenadas de dos líneas correspondientes a una de dichas curvas unidad, la relación general establecida anteriormente:

$$\frac{X_2}{X_1} = K \quad \frac{Y_2}{Y_1} = K'$$

Si se quiere que las líneas que se obtengan correspondan a carenas semejantes será preciso además, que la coordenadas extremas satisfagan a las relaciones anteriormente indicadas.

Resumiendo podemos decir:

—Es condición necesaria para que dos carenas sean geoméricamente semejantes, que sus curvas unidad de áreas de cuadernas, flotación, cuadernas, etc., sean las mismas.

—Esta condición, sin embargo, no es suficiente, siendo preciso además, que las coordenadas extremas de las curvas efectivas en ambas carenas, cumplan determinadas condiciones de relación, que son:

Para las curvas de flotación y cuadernas:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2}{B_1} = \lambda$$

Para la curva de áreas de cuadernas:

$$\frac{A_2}{A_1} = \lambda \quad \frac{B_2}{B_1} = \lambda^2$$

Siendo λ la relación de semejanza geométrica que ha de existir entre las dos carenas.

Con estos conocimientos sobre las curvas unidad, volvamos a la exposición del método de Taylor.

Las tres clases de curvas, curva de áreas de cuadernas, flotación y cuadernas, que, y

por este orden sucesivo, son necesarias en el método para determinar la carena, se consideran en él bajo la forma de curvas unidad y las ecuaciones que Taylor les atribuye se refieren también a estas curvas unidad.

Con este artificio tan sencillo de operar con las curvas unidad en vez de hacerlo con las curvas efectivas, se comprende, después de lo expuesto anteriormente, que Taylor haya conseguido valerse en su método, de ecuaciones que, siendo en absoluto independientes de toda clase de dimensiones y solo función de la forma, sean aplicables a toda clase de carenas (1), sin más que variar los valores de los parámetros que contienen al pasar de una forma de carena a otra distinta.

Los parámetros de dichas ecuaciones serán pues parámetros de forma, que expresarán determinadas características geométricas de las curvas unidad, con su significado correlativo, desde luego, en las curvas efectivas.

A cada modelo de carena corresponderán una serie de valores para estos parámetros (2), aplicables a todas las carenas de la misma forma, independientemente de su tamaño.

El paso de las curvas unidad a las curvas efectivas se hará luego con la mayor facilidad bastando para ello multiplicar las coordenadas de las primeras por los valores que las coordenadas extremas hayan de tener en las segundas. Los valores de estas coordenadas extremas serán, pues, las condiciones de tamaño que ha de cumplir la carena de acuerdo con las necesidades inherentes a cada proyecto particular.

La marcha general a seguir, aplicando el método de Taylor será, por lo tanto, la siguiente.

Primeramente, y partiendo de las bases que constituyan el programa del proyecto particular de que se trate, se determinarán por los procedimientos conocidos: el desplazamiento, dimensiones principales y área de la cuaderna maestra. Estas cantidades serán las condiciones de

tamaño que luego servirán para fijar las coordenadas extremas, necesarias a emplear en el paso de las curvas unidad a las curvas efectivas.

A continuación se entrará a estudiar la forma de la carena. Según lo acostumbrado en la técnica naval, la forma de la carena obedecerá a uno de los tres criterios siguientes:

1.º.—Copia de la de un barco ya construido y experimentado satisfactoriamente que, por sus condiciones de proyecto, sea semejante y no muy diferente en dimensiones del que ahora se proyecta.

2.º.—Se dispone de un modelo a escala reducida de la carena, como consecuencia de estudios efectuados en un canal de experiencias para encontrar la forma de aquélla más adecuada al caso particular de que se trata.

3.º.—Cualquiera de los dos casos anteriores, pero introduciendo ligeras modificaciones en determinadas características, con objeto de adaptarse mejor a las condiciones particulares del proyecto ahora en estudio.

En los dos primeros casos la carena del barco en proyecto tendrá las mismas curvas unidad que la del modelo o la del barco tomado como tipo; se tomarán, pues, para los parámetros de forma, los valores que en aquellos últimos tengan. El paso a las curvas efectivas se hará introduciendo las condiciones de tamaño previamente determinadas. Claro es, que para que la semejanza geométrica sea perfecta, entre las coordenadas extremas relativas a la nueva carena y las del barco o modelo tomado como tipo, deberán existir las relaciones repetidamente citadas:

Para la curva de áreas de cuadernas:

$$\text{(Abscisa extrema)} \quad \frac{A_2}{A_1} = \lambda \quad \frac{B_2}{B_1} = \lambda^2 \quad \text{(Ordenada extrema)}$$

Para la línea de flotación y cuadernas:

$$\text{(Abscisa extrema)} \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2}{B_1} = \lambda \quad \text{(Ordenada extrema)}$$

(1) El buen juicio del lector comprenderá que al decir «toda clase de carenas» no queremos dar en este caso a la palabra «toda» su más amplio significado. Taylor al elegir sus ecuaciones, buscó desde luego, aquellas que pudiesen adaptarse al mayor número posible de carenas de formas ordinarias, pero sin pretender como sería ilusorio el que dichas ecuaciones sirviesen en general para el trazado de todas las carenas imaginables, aun aquellas de formas más raras y especiales.

(2) Claro es, que a cada serie de valores de parámetros deberá acompañar la indicación del modelo a que se refieren, dado que una curva unidad por sí sola no define nada, si no se especifica al mismo tiempo las coordenadas extremas de la curva efectiva a que aquella corresponde.

En el tercer caso se variarán los parámetros de forma de la carena del barco o modelo tomada como base, correlativamente a las modificaciones que se deseen introducir en la nueva carena. En lo demás se procederá como anteriormente.

Se comprende que de los tres casos, sean el segundo y tercero los más indicados para la aplicación del método.

El segundo, por la razón que siendo los parámetros que determinan las curvas unidad, parámetros exclusivamente de forma, sus valores son los mismos y su apreciación tan exacta sobre un modelo a escala reducida como sobre la carena en tamaño natural; por tanto, la forma de esta última, deducida por el método de Taylor, será matemáticamente igual a la del modelo de donde procede, sin temor a los errores de escala de los que sería enteramente imposible escapar si se optase por aplicar la proporcionalidad geométrica, ya que entonces una inexactitud de medida inapreciable sobre el modelo, y por lo tanto muy probable, al venir luego multiplicada por la relación de semejanza supondría un error de importancia en la carena del buque.

En el tercer caso, desde luego, el método de Taylor está indicadísimo, pues como en él, podemos decir, se supone la forma de la carena desglosada en sus distintos elementos característicos, se presta admirablemente a introducir modificaciones parciales, sin comprometer la continuidad de la carena, la cual viene siempre garantizada por la continuidad de las ecuaciones que la determinan. Claro es, que estas modificaciones no pueden introducirse de cualquier manera arbitraria, sino que será necesario proceder con mucha cautela y por personal perfectamente preparado para ello.

Desde luego, en ningún caso la aplicación de la proporcionalidad geométrica supondría ahorro de tiempo por lo que respecta al número de operaciones aritméticas a efectuar. Y si por otra parte, se tiene en cuenta: que la base para aplicar la proporcionalidad geométrica es el conocimiento completo de una libreta de trazado, mientras que con el método de Taylor dicha base se limita sólo al conocimiento de los valores de unos cuantos parámetros; la elasticidad grande que tiene el método para adaptarse a condiciones que no sean de rigurosa semejanza geométrica, como en el tercer caso antes indicado se ha visto, a diferencia de la rigidez que la proporcionalidad geométrica supone; y por último la seguridad que con su empleo se tiene de obtener exactamente las características de tamaño fijadas, se comprende que en un astillero debidamente preparado, y más aún en un

canal de experiencias, donde el factor tiempo dedicado a trazados tiene más importancia por ser estos generalmente mucho más frecuentes, se obtenga con el empleo del método de Taylor una economía de tiempo muy estimable, con el aumento consiguiente de capacidad de trabajo.

Con la explicación preliminar que precede, se ha tratado de fijar la atención sobre los puntos más fundamentales que constituyen, por decirlo así, la esencia del método de trazado debido a Taylor, para que con su conocimiento pudiera el lector formarse una idea previa de lo que en líneas generales es el método y cuales las ventajas que con un empleo adecuado del mismo se podrán obtener.

Pasemos ahora, a estudiar el detalle de las distintas curvas unidad y de las ecuaciones atribuidas por Taylor a cada una de ellas. Al mismo tiempo presentaremos también, la manera de llevar a cabo la práctica del método. Con todo ello, las ideas generales expuestas en la explicación preliminar quedarán más esclarecidas y concretadas.

Para la parte práctica expondremos una aplicación numérica del método al trazado de formas de un crucero, y puesto que al estudio teórico de cada curva unidad, seguirá su aplicación práctica, y según la marcha general a seguir, indicada más atrás, la determinación de las condiciones de tamaño debe preceder al estudio y determinación de las distintas curvas unidad, comenzaremos por exponer el programa de proyecto del citado crucero.

CARACTERISTICAS GENERALES DEL PROYECTO

Casco y accesorios, 41 por 100 D.
 Máquinas auxiliares, 33 tons. + 0,011 D.
 Anclas, cadenas, etc., 0,0085 D.
 Cargos, 0,008 D.
 Arboladura, 28 tons.
 Embarcaciones, 23 tons.
 Peso del aparato motor, 20 Kg. por HP.
 Radio de acción a 15 nudos, 5.000 millas.
 Consumo por HP/hora, 0,500 Kg.
 Dotación, 560 hombres.
 Víveres, 30 días.

Agua, 20 días.
 Protección, 0,07 D.
 Blockhouse y tubos, 30 tons.
 Disponible, 0,006 D.

ARTILLERÍA

Ocho cañones de 152 mm. y 50 calibres.
 Cuatro antiáereos de 101,5 mm.
 Dos de 47 mm.
 Una ametralladora Maxim.
 Doce tubos lanzatorpedos de 533 mm. en cuatro juegos triples.

MUNICIONES

200 tiros por cañón de 152 mm.
 180 id. antiáereos.
 500 id. de 47 mm.
 7000 id. de ametralladoras.
 18 torpedos.

Relación de altura c. g. al calado, $\varphi = 1,15$.
 Coeficiente de bloque, $\alpha = 0,555$.
 Coeficiente de afinamiento de la cuaderna maestra, $\beta = 0,887$.
 Id. id. línea flotación $\gamma = 0,734$.
 Velocidad, 33 nudos.
 Altura metacéntrica, $r - a = 1$ metro.

Como podrá observarse el programa de características era, con pequeñas diferencias, análogo al de los cruceros tipo «Príncipe Alfonso» de nuestra Marina de Guerra.

Resuelta la ecuación de desplazamiento, y determinadas las dimensiones principales por los procedimientos generales, se encontraron para éstas, los valores siguientes:

Eslora e. p. p. $E = 168,96$ m. (Perpendiculares en las intersecciones de roda y codaste con la flotación).

Manga $M = 16,10$ m.
 Calado medio $C = 5,00$ m.
 Área de la cuaderna maestra $B^2 = 71,403$ m².

Se determinaron luego los perfiles de roda y codaste por comparación, dándose al barco la diferencia de calados siguientes:

$\Delta = 0,90$ m. con los calados siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} C_{pr} = 4,55 \text{ m.} \\ C_{pp} = 5,45 \text{ m.} \end{array} \right\} \text{calado medio } C = 5 \text{ m.}$$

Asiento de la quilla:

$$\text{tg. } \alpha = \frac{\Delta}{E} = \frac{0,90}{168,96} = 0,0053 \quad \alpha = 0^{\circ},20'$$

Con estos datos se dibujó la sección diámetro del barco, sobre la que se señaló la flotación de acuerdo con los calados previstos.

A continuación se pasó a determinar las distintas curvas unidad, ya enumeradas.

1.—*Curva de áreas de cuadernas.*—Para la determinación de la curva de áreas de cuadernas, considera Taylor dividida la carena en dos cuerpos: cuerpo de popa y cuerpo de proa, limitados ambos en la cuaderna de área máxima, la que en general no coincidirá con la cuaderna media.

Esta división tiene por objeto, aparte de la dificultad que se encuentra para poder atribuir una ecuación única y de forma sencilla a la curva unidad completa de áreas de cuadernas, el evitar la discontinuidad que en una tal curva unidad se presentaría como consecuencia de ser en la curva efectiva la ordenada extrema igual a cero, en la mayoría de los casos.

Las coordenadas extremas a emplear para el paso de la curva unidad a la curva efectiva, serán, por lo tanto, el trozo de eslora E_{pp} o E_{pr} relativo al cuerpo de carena (popa o proa) que se considere, y el área B^2 de la cuaderna máxima, común para ambos cuerpos.

Como el estudio se hace exactamente igual para los dos cuerpos, nos limitaremos al de uno sólo, que será por ejemplo el cuerpo de popa.

La ecuación propuesta por Taylor, como más conveniente para la curva unidad, ha sido la parábola de 5º grado:

$$y = tx + ax^2 + bx^3 + cx^4 + dx^5 \quad (1)$$

supuesto el origen de coordenadas en la perpendicular de popa (fig. 3) (1) (Debe advertirse que las perpendiculares que Taylor considera en su método son las extremas de la flotación).

La ecuación anterior contiene cinco parámetros que es preciso determinar para que la curva unidad que representa sea conocida.

Como por definición las ordenadas extre-

(1) Para el cuerpo de proa, el origen de coordenadas se supone análogamente, en la perpendicular de proa.

mas han de ser ambas iguales a la unidad, y según se ha convenido la ordenada extrema ha de ser máxima en la curva de áreas de cuader-

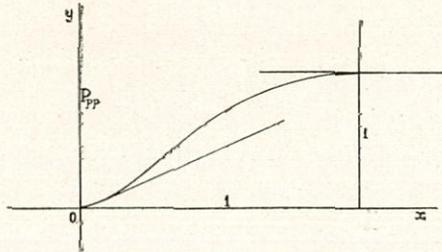


Fig. 3

nas, se tendrán las dos condiciones previas siguientes, que deberá cumplir la ecuación propuesta:

1.º—Para $x = 1$ $y = 1$ es decir:

$$1 = t + a + b + c + d$$

2.º—Para $x = 1$ $\frac{dy}{dx} = 0$ o sea

$$0 = t + 2a + 3b + 4c + 5d$$

Las tres ecuaciones que faltan para poder calcular los cinco parámetros, se establecen mediante condiciones de forma, que imponen a la curva unidad las siguientes determinadas características geométricas.

3.º—Que el coeficiente de afinamiento de su área tenga un valor determinado δ .

$$\delta = \int_0^1 y \, dx = \frac{t}{2} + \frac{a}{3} + \frac{b}{4} + \frac{c}{5} + \frac{d}{6}$$

4.º—Que la inclinación de la tangente OT en el origen tenga un valor determinado t .

Es decir $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0} = t$. Esta condición está ya

cumplida, por la forma dada a la ecuación (1).

5.º—Que la curvatura en el punto de ordenada máxima tenga un valor determinado α_1

Como la expresión de la curvatura es

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}$$

y para el punto considerado $\frac{dy}{dx} = 0$, la condición anterior se expresará analíticamente por:

$$\alpha_1 = \left[\frac{d^2 y}{dx^2}\right]_{x=1} \text{ o sea } \alpha_1 = 2a + 6b + 12c + 20d$$

Tendremos, pues, para determinar los cuatro parámetros a, b, c, d , el sistema de cuatro ecuaciones:

$$1 = t + a + b + c + d$$

$$0 = t + 2a + 3b + 4c + 5d$$

$$\delta = \frac{t}{2} + \frac{a}{3} + \frac{b}{4} + \frac{c}{5} + \frac{d}{6}$$

$$\alpha_1 = 2a + 6b + 12c + 20d$$

que resuelto con respecto a ellos, nos da:

$$a = 60\delta - 6t - 0,5\alpha_1 - 30$$

$$b = -180\delta + 12t + 2\alpha_1 + 100$$

$$c = 180\delta - 10t - 2,5\alpha_1 - 105$$

$$d = -60\delta + 3t + \alpha_1 + 36$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (1) de la curva unidad y ordenando, como a continuación se indica, se obtiene:

$$\begin{aligned} y = & -30x^2 + 100x^3 - 105x^4 + 36x^5 + \\ & + \delta(60x^2 - 180x^3 + 180x^4 - 60x^5) + \\ & + t(x - 6x^2 + 12x^3 - 10x^4 + 3x^5) \\ & + \frac{\alpha_1}{2}(-x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 2x^5) \end{aligned}$$

que se puede escribir abreviadamente:

$$y = C_y + \delta C_\delta + t C_t + \alpha_1 C_{\alpha_1} \quad (2)$$

siendo C_y, C_δ, C_t y C_{α_1} las funciones de x (independientes de los parámetros δ, t y α_1) que más arriba se indican.

Bajo esta nueva forma (2) que acabamos de obtener es como se considera la ecuación de la

curva unidad de áreas de cuadernas, para su aplicación práctica.

Pasemos, pues, a estudiarla bajo dicha forma:

Las funciones de x , C_y , C_{δ} , C_t , C_{α_1} , se calculan para un cierto número de valores de x , de acuerdo con el número de puntos por los que se desee determinar la curva unidad. Su cálculo, desde luego, no ofrece dificultad, pero como resulta algo pesado, es conveniente tenerlas ya calculadas de una vez para siempre, para los valores de x más usuales en la práctica. En las tablas I, II y se indican los valores de dichas funciones correspondientes a las abscisas 0,1,0,2.... 0,9,1,0 y 1/11,2/11....10/11,1,0 1/9,2/9....8/9,1,0, que corresponden a suponer 10, 11 y 9 divisiones, respectivamente, en el cuerpo de carena considerado. Así, por ejemplo, suponiendo se utilicen para determinar la curva unidad los 20 puntos correspondientes a las 20 cuadernas de trazado usuales, si la cuaderna de área máxima coincide con la cuaderna media, se tendrán en cada cuerpo 10 cuadernas de trazado y los valores a emplear serán los de la tabla I; si en cambio, dicha cuaderna de área máxima se encontrase desplazada un espacio hacia proa o popa, se tendrían en uno de los cuerpos 11 cua-

TABLA I

x	C_y	C_t	C_{α_1}	C_{δ} ó C_y
0	0	0	0	0
0,05	-0,0631	0,03644	-0,00102	0,12858
0,10	-0,2101	0,05103	-0,00324	0,4374
0,20	-0,5565	0,04096	-0,00768	1,2288
0,30	-0,7630	0,01029	-0,00882	1,8522
0,40	-0,7194	-0,01728	-0,00576	2,0736
0,50	-0,4375	-0,03125	0	1,8750
0,60	-0,0086	-0,03072	0,00576	1,3824
0,70	0,4400	-0,02079	0,00882	0,7938
0,80	0,7885	-0,00896	0,00768	0,3072
0,90	0,9671	-0,00153	0,00324	0,0486
1,00	1,0000	0	0	0

dernas y en el otro 9, y los valores a emplear serían los de la tabla II. Para otros valores de x se puede hacer uso del diagrama I, que representa las curvas de dichas funciones.

Respecto a los parámetros δ t y α_1 , cuyo conocimiento es necesario para que la curva unidad quede perfectamente determinada, y de cuyos valores depende precisamente la forma particular que en cada caso tiene aquella, (1) en primer lugar recordaremos, que les son aplicables todas la consideraciones que en la explicación preliminar se han hecho, relativas a los parámetros de las curvas

TABLA II

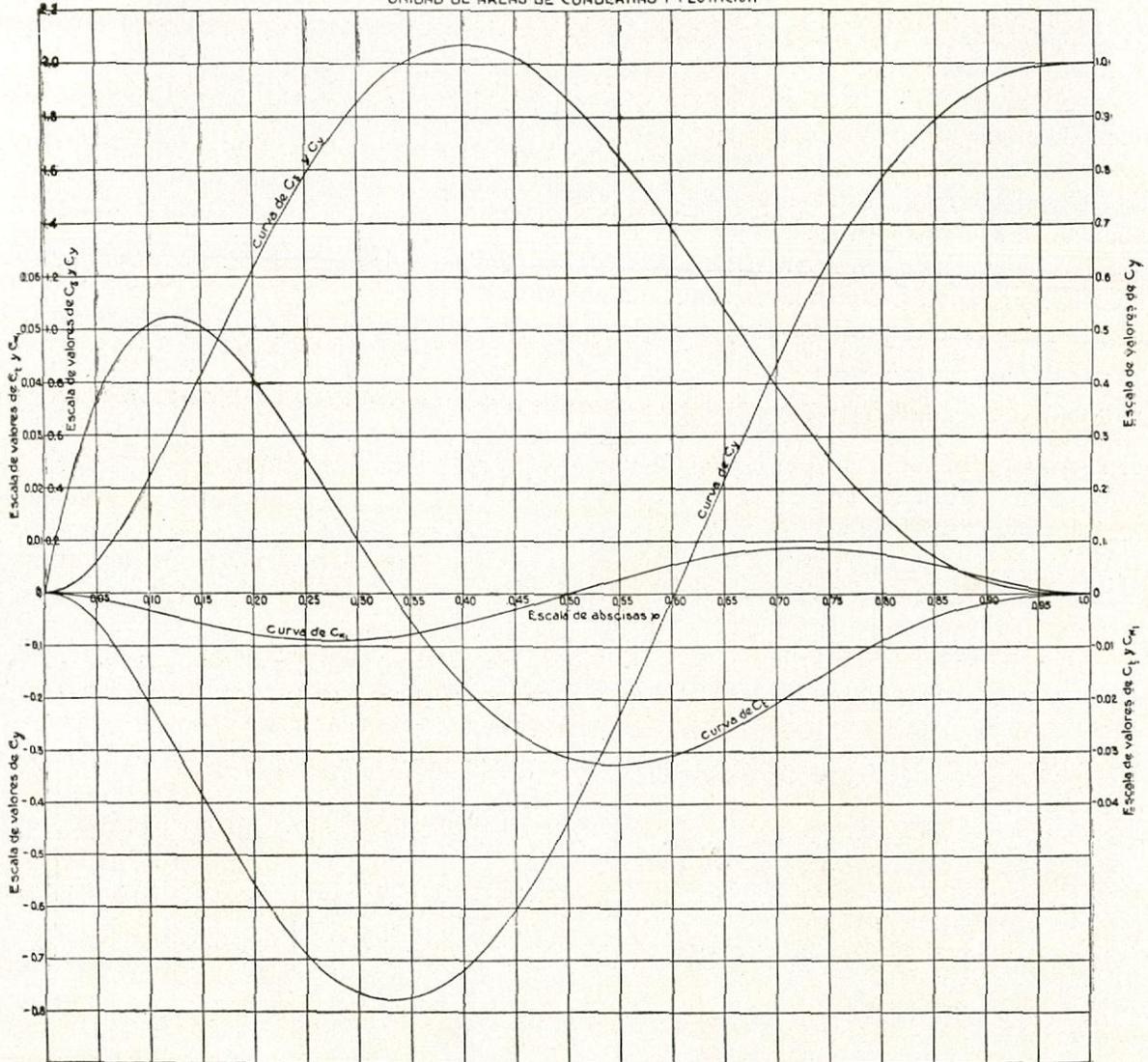
x	C_y	C_t	C_{α_1}	C_{δ} ó C_y
0	0	0	0	0
1/11	-0,1797	0,0497	-0,0028	0,3726
2/11	-0,4983	0,0453	-0,0070	1,0864
3/11	-0,7294	0,0191	-0,0089	1,7167
4/11	-0,7656	-0,0085	-0,0073	2,0446
5/11	-0,5907	-0,0268	-0,0028	2,0118
6/11	-0,2535	-0,0326	0,0028	1,6765
7/11	0,1591	-0,0278	0,0073	1,1683
8/11	0,5492	-0,0174	0,0089	0,6438
9/11	0,8344	-0,0072	0,0070	0,2414
10/11	0,9748	-0,0012	0,0028	0,0373
1/9	-0,2486	0,0520	-0,0038	0,5202
2/9	-0,6206	0,0349	-0,0083	1,3941
3/9	-0,7778	0,0000	-0,0082	1,9753
4/9	-0,6194	-0,0254	-0,0034	2,0322
5/9	-0,2096	-0,0325	0,0034	1,6258
6/9	0,2963	-0,0247	0,0082	0,9877
7/9	0,7244	-0,0114	0,0083	0,3983
8/9	0,9560	-0,0020	0,0038	0,0650
1,0	1,0000	0	0	0

unidad en general, tales como que «para carenas geoméricamente semejantes los parámetros correspondientes tienen los mismos valores» etc. Ahora bien, como en cada curva unidad, sus parámetros tienen, al mismo tiempo que las propiedades generales, ciertas propiedades particulares. conviene veamos con algún detalle el significado de cada uno de ellos y las consideraciones de índole exclusivamente propia que deberán tenerse en cuenta al fijar sus valores. Se comprende que, naturalmente, los casos en que estas consideraciones tendrán más aplicación,

(1) Dentro, desde luego, de la general que el empleo de una ecuación de forma determinada, presupone ya.

DIAGRAMA I

CURVAS DE LAS FUNCIONES DE δ : C_y, C_1 ó C_y, C_1, C_w , DE LAS CURVAS UNIDAD DE AREAS DE CUADERNAS Y FLOTACION



serán cuando se trate de determinar una carena que no sea rigurosamente semejante geométricamente a otra cuyos parámetros conocidos se tomen como base, pues en este último caso, como ya antes se ha vuelto a indicar, los parámetros tendrán exactamente los mismos valores, en ambas carenas.

Parámetro δ .—Este parámetro se ha definido como el coeficiente de afinamiento del área de la curva unidad.

Si de la curva unidad se pasa ahora a la curva efectiva, y se integra el área de esta última, se tendrá, suponiendo nos referimos al cuerpo de popa,

$$V_{pp} = \int_0^{E_{pp}} Y dX = B^2 \cdot E_{pp} \int_0^1 y dx =$$

$= B^2 \cdot E_{pp} \cdot \delta_{pp}$ siendo $\left\{ \begin{array}{l} V_{pp} \text{ vol. de carena cuerpo popa.} \\ E_{pp} \text{ longitud del cuerpo popa.} \\ B^2 \text{ área de cuaderna maestra.} \\ \delta_{pp} \text{ coeficiente de afinamiento curva unidad, cuerpo-pop.} \end{array} \right.$

Del mismo modo se tendría para el cuerpo de proa:

$$V_{pr} = B^2 \cdot E_{pr} \cdot \delta_{pr}$$

Es decir, que el parámetro δ de la curva unidad, es el *coeficiente cilíndrico* de cada uno de los cuerpos en que se ha supuesto dividida la carena.

De las fórmulas anteriores se deduce que una vez fijadas las coordenadas extremas B^2 y E_{pp} o E_{pr} la valoración de dicho parámetro determina, como consecuencia, el volumen del cuerpo de carena a que se refiere, por lo tanto, el parámetro δ participa a la vez, que del carácter del parámetro de *forma* que tienen los otros dos restantes t y α_1 , del carácter de condición de *tamaño*, y se comprende que por esta razón, una vez fijadas las dimensiones principales de la carena, su campo de variación sea mucho más limitado que para los restantes parámetros.

Si sumamos miembro a miembro las dos expresiones anteriores:

$$V_{pp} = B^2 \cdot E_{pp} \cdot \delta_{pp}$$

$$V_{pr} = B^2 \cdot E_{pr} \cdot \delta_{pr}$$

se obtiene

$$V = B^2 (E_{pp} \cdot \delta_{pp} + E_{pr} \cdot \delta_{pr})$$

siendo V el volumen de la carena total.

Puesto que cada caso particular V, B^2, E_{pp}, E_{pr} , tienen valores determinados, vemos que los parámetros δ de popa y proa no pueden tener valores independientes entre sí, si no que por el contrario es preciso guarden cierta relación de dependencia, de manera a satisfacer siempre la ecuación de condición anterior, con lo cual la carena que se obtenga, tendrá exactamente el desplazamiento deseado.

Deberá tenerse, pues, siempre muy presente que *al fijar el valor del parámetro δ para uno de los cuerpos de la carena, automáticamente queda fijado ya también el del otro cuerpo*; por esta razón, y con objeto de obtener valores satisfactorios en los dos cuerpos a la vez, la determinación del parámetro δ conviene estudiarla simultáneamente para ambos cuerpos.

Parámetro t .—Este parámetro, según queda dicho, es el coeficiente angular de la tangente en el origen a la curva unidad.

$$t = \left(\frac{d y}{d x} \right)_{x=0}$$

Su significado en la curva efectiva se deduce fácilmente. En efecto, llamando θ el ángulo de la tangente en el origen a esta última curva se tendrá:

$$tg. \theta = \left(\frac{d Y}{d X} \right)_{X=0} = \frac{B^2}{E_{pp}} \cdot \left(\frac{d y}{d x} \right)_{x=0} = \frac{B^2}{E_{pp}} \cdot t$$

de donde

$$t = tg. \theta \cdot \frac{E_{pp}}{B^2}$$

Una expresión análoga se deduciría para el cuerpo de proa.

Parámetro α_1 .—Este parámetro se ha definido como el valor de la curvatura de la curva unidad, en el punto de ordenada máxima

$$\alpha_1 = \left(\frac{d^2 y}{d x^2} \right)_{x=1}$$

Los valores de α_1 deberán ser siempre negativos ó 0, dado que corresponden a un máximo de la curva unidad.

Para hallar su significado correlativo en la curva efectiva, designemos por R el radio de curvatura de esta última en su extremo, se tendrá:

$$\frac{1}{R} = \frac{\left| \frac{d^2 Y}{d X^2} \right|_{X=E_{pp}}}{\left[1 + \left(\frac{d Y}{d X} \right)_{X=E_{pp}}^2 \right]^{3/2}}$$

$$= \frac{\frac{B^2}{E_{pp}^2} \left| \frac{d^2 y}{d x^2} \right|_{x=1}}{\left[1 + \left[\frac{B^2}{E_{pp}} \left(\frac{d y}{d x} \right)_{x=1} \right]^2 \right]^{3/2}} = \frac{B^2}{E_{pp}^2} \cdot \alpha_1$$

de donde:

$$\alpha_1 = \frac{1}{R} \cdot \frac{E_{pp}^2}{B^2}$$

Una expresión análoga se deduciría para el cuerpo de proa.

Tanto este parámetro α_1 como el anterior t , son parámetros exclusivamente de forma, es decir no están ligados directamente con las condiciones de tamaño, como se ha visto sucedía con el parámetro δ .

Así como la valoración de los parámetros δ determina el *desdoblamiento o división del desplazamiento total de la carena* en las dos partes cuerpo de popa y cuerpo de proa, la valoración de los parámetros t y α_1 determina dentro de cada uno de dichos dos cuerpos la *distribución longitudinal del desplazamiento parcial* que el parámetro δ correspondiente le ha asignado.

Para obtener una valoración satisfactoria de los parámetros se deberá tener, por lo tanto, en cuenta:

1.º La forma en que la distribución longitudinal del desplazamiento total de la carena viene condicionada por la fijación de los parámetros, de acuerdo con los significados que, según se acaba de ver, tiene cada uno de ellos.

2.º Que a su vez de la distribución longitudinal del desplazamiento depende la posición en abscisa del centro de carena (1), posición que, por otra parte, puede calcularse aproximadamente para cada caso particular, ya que una vez que se ha determinado el desplazamiento,

(1) La abscisa del centro de la carena de cada uno de los dos cuerpos parciales en que se supone dividida la carena total, viene dada por la expresión: (En la curva unidad)

$$x = \frac{1}{\delta} (0,14286 + 0,42857 \delta - 0,00476 t + 0,00119 \alpha_1)$$

tomada con respecto a la perpendicular de popa o proa.

se conocen los valores de los distintos pesos parciales en que aquel ha sido desglosado bajo la forma de funciones al establecer la ecuación de desplazamiento, y fijadas las dimensiones principales del barco puede saberse aproximadamente cuál será la distribución en longitud de los pesos más importantes y, por consiguiente, la posición en abscisa del centro de gravedad, con el que deberá coincidir verticalmente el centro de carena.

3.º Que de la distribución longitudinal del desplazamiento depende en gran parte la resistencia a la marcha ofrecida por la carena.

A fin de poder hacer con más detalles y probabilidades de acierto el estudio del punto primero precedente cuya importancia es consecuencia de la gran importancia que, según en los puntos segundo y tercero se ha indicado, tiene la distribución longitudinal del desplazamiento en las propiedades de una carena. Taylor hace el estudio complementario siguiente sobre los

Puntos de inflexión.—Considera Taylor dos tipos de curvas unidad posibles, según que tengan o no punto de inflexión, y desde luego se entiende ya, que al decir punto de inflexión en la curva unidad significa en la curva efectiva la existencia de otro punto de inflexión para la abscisa correspondiente.

(Continuará)

La flexión de piezas rectas por encima del límite elástico

por Aureo Fernández Ingeniero Naval

Cuando sometemos una viga recta a la acción de un momento de flexión M , la fatiga en un punto cualquiera de la misma, suele calcularse empleando la conocida fórmula

$$R = \frac{M y}{I}$$

donde y , es la distancia a que se encuentra de la fibra neutra el punto considerado, I , el mo-

mento de inercia de la sección, tomado con respecto a un eje que pase por su centro de gravedad, y R la fatiga. Esta fórmula, da solo una primera aproximación del fenómeno real, que es mucho más complejo, pero su uso conduce a resultados de una exactitud satisfactoria en la mayor parte de las aplicaciones prácticas. Sin embargo, al emplearla, conviene siempre tener presente las hipótesis que se han hecho para su deducción, con objeto de comprobar si pueden ser legítimamente aceptadas para el caso

particular que se considere. En especial hay que recordar que se ha admitido que los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones, esto es, que operamos por debajo del límite de elasticidad proporcional, y que por consiguiente la fatiga máxima en una cierta sección que se obtendrá dando a y su mayor valor, habrá de ser menor que la que corresponde a este límite.

El olvido de esta circunstancia puede conducir a errores de importancia. Así, si llamamos R_t al coeficiente de rotura del material que se considere, no podremos decir que el momento $M = \frac{R_t \cdot I}{I_{\text{máx.}}}$ producirá la rotura de la viga, pues el reparto de los esfuerzos en el interior de la misma es muy diferente del que se supuso al deducir la fórmula que ahora se aplica; y en efecto, la experiencia comprueba que el verdadero momento de rotura es muy superior a M , hecho perfectamente conocido de cuantos han hecho ensayos de rotura por flexión.

En general, si sometemos una viga cualquiera a un momento de flexión que haga trabajar al material por encima de su límite elástico, se producirá una deformación permanente cuya cuantía será mucho menor que la correspondiente para la misma fatiga al caso de tracción pura, originándose una serie de esfuerzos interiores cuyo equilibrio determinará dicha deformación.

Si la pieza así deformada la sometieramos de nuevo a flexión, ya no podríamos aplicar la fórmula clásica, ni dentro del límite elástico, pues habríamos de tener en cuenta, en primer lugar las tensiones internas iniciales, y además la variación desigual experimentada por las cualidades del material, que ya no debería ser considerado como homogéneo.

Muchas piezas curvas empleadas en construcción, se han obtenido someténdolas a un proceso de deformación parecido al que acabamos de explicar, y por ello no es de extrañar, que al intentar calcularlas por los métodos corrientes, se observen a veces grandes discrepancias entre los resultados teóricos y la experiencia. Así ocurre, que cuando se trata de calcular por las fórmulas clásicas, las fatigas a que trabajan ciertas piezas curvas, como ganchos, cáncamos o anillos de cadena de dimensiones sancionadas por la práctica, se encuentra que las fibras más cargadas, están sometidas a una fatiga exagerada, superior las más de las

veces al límite elástico del material, resultado que sería inadmisibile a priori. Sobre este particular que es muy interesante y pudiera conducir a reflexionar sobre la utilidad práctica de las fórmulas clásicas de flexión, queremos recordar las interesantes experiencias realizadas por T. Robson y publicadas en el número del *Engineering* de 6 de mayo de 1910.

Todo induce a suponer, que los coeficientes de trabajo de las piezas sometidas a flexión pueden ser más elevados que los de las sometidas a tracción pura, conservando las mismas condiciones de seguridad, y que es la consideración de la rigidez de la estructura, o sea de la máxima flecha permisible, la que debe determinar la sección de la viga.

En el presente artículo, queremos tratar esta cuestión de un modo elemental, limitando el estudio, por el momento, al caso de piezas rectas, y tendremos ocasión de comprobar lo difícil que es la determinación del límite elástico de flexión, y la razón por la cual, puede este no haberse rebasado aparentemente, y sin embargo existir fibras que trabajen por encima de él.

Supondremos que cuando se ha pasado del límite de elasticidad proporcional, sigue verificándose la hipótesis de Bernouilli, esto es, que las secciones planas normales a la fibra neutra continúan siendo planas después de la deformación. De este modo resulta, como en la teoría ordinaria, que el alargamiento del material en un punto cualquiera es proporcional a su distancia a la fibra neutra, viniendo dado por la fórmula $\frac{y}{\rho}$, en la cual ρ es el radio de curvatura de la fibra neutra en la sección considerada, después de la deformación.

Habrà que distinguir en la sección de la viga, una región central S , en la que el material no ha pasado el citado límite elástico y dos extremas S' y S'' en que esto ha ocurrido. En la región S (fig. 1.^a), la fatiga será proporcional a la deformación y podrá representarse por una línea recta tal como CD , siendo su expresión en cada punto $R = \frac{E y}{\rho}$. En las regiones S' y S'' , la fatiga vendrá dada por dos curvas DE y CF , cuya forma dependerá mucho de la clase del material de la viga. Si se trata de aceros corrientes, suele ocurrir que al final del límite elástico, la curva de esfuerzos unitarios presenta una detención, de suerte que si no operamos

muy lejos de este límite, podrá admitirse que en las regiones S' y S'', la fatiga es constante. Este caso será particularmente estudiado más tarde, por ser el que más fácilmente puede ser sometido al cálculo.

De un modo general, se tendrá en las regiones S' y S'', $R < \frac{E y}{\rho}$, y al cesar el momento de

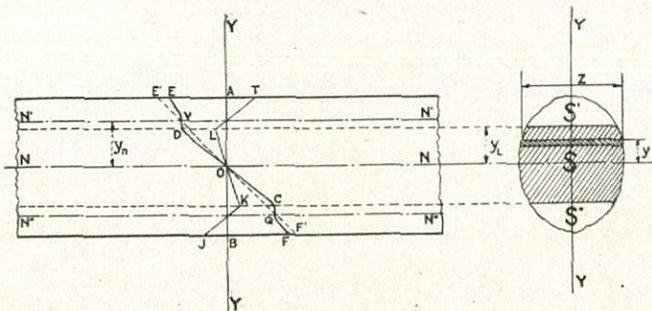


Fig. 1

flexión, cada fibra de estas regiones, tenderá a tomar una deformación permanente dada por la fórmula $d = \frac{y}{\rho} - \frac{R}{E}$. Como, en cambio, la región S tenderá a recuperar su forma primitiva, se concibe que se originarán una serie de esfuerzos interiores, cuyo equilibrio determinará la deformación permanente real de cada fibra, que será menor que el valor de d antes dado. Esto lleva consigo, que el límite aparente de elasticidad, deducido de una experiencia de flexión, sea, para un material dado, mucho más elevado, que el estimado en experiencias de tracción.

Para determinar el valor de las fatigas y deformaciones en un punto cualquiera de la sección de la viga, partiremos de las ecuaciones de equilibrio:

$$(1) \int_D R z dy = 0 \quad (2) \int_D R y z dy = M$$

que también puede escribirse bajo la forma:

$$(3) \frac{E}{\rho} \int_S y z dy + \int_{S' y S''} R z dy = 0$$

$$(4) \frac{E}{\rho} \int_S y^2 z dy + \int_{S' y S''} R y z dy = M.$$

teniendo en cuenta, que en la región S,

$$R = \frac{E y}{\rho}$$

Estas ecuaciones, definen la posición de la fibra neutra, y dan una relación entre M y ρ dependiente de la forma de la sección transversal. Haciendo en ellas $S' = S'' = 0$, se convierten en las ordinarias de flexión.

Cuando cese el momento M, la pieza tomará una deformación permanente determinada por el valor del radio de curvatura de la misma, que en la sección considerada designaremos por ρ_0 , y la fatiga del material, R_0 , no será cero, como ocurriría de no haber rebasado el límite elástico, sino que tendrá el valor:

$$(5) R_0 = E \left(\frac{y}{\rho_0} - d \right) = R - E y \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right)$$

Como en la región S, era $R = E \frac{y}{\rho}$, se tendrá $R_0 = \frac{E y}{\rho_0}$. En las regiones S' y S'',

$$R < \frac{E y}{\rho} \text{ y por tanto}$$

$$R_0 = \frac{E y}{\rho_0} - \left(\frac{E y}{\rho} - R \right) < \frac{E y}{\rho_0}$$

Las ecuaciones de equilibrio serán ahora:

$$(6) \int_D R_0 z dy = 0 \quad \text{y} \quad (7) \int_D R_0 y z dy = 0$$

Reemplazando el valor de R dado por (5), en (2), y teniendo en cuenta la (7), se obtiene:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} + \frac{M}{E I}$$

Si hubiéramos aplicado la teoría ordinaria de flexión por encima del límite elástico, habríamos obtenido un radio de curvatura ρ y una fatiga R_e , dados por las fórmulas:

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{M}{E I} \quad \text{y} \quad R_e = \frac{E y}{\rho_e}$$

de las que se deduce,

$$(8) \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_e} \quad \text{y} \quad (9) \quad R = R_0 + R_e$$

La flecha que tomará la pieza en una cierta sección, sabemos que puede expresarse aproximadamente por la integral:

$$f = \int_D d x \int_D \frac{d x}{\rho}$$

que nos da, $f = f_0 + f_e$, esto es, que la diferencia entre la flecha f que tomará la viga por la acción del momento M , y la flecha elástica f_e , representa la flecha permanente f_0 .

La fatiga elástica R_e , viene representada por una línea recta tal como $E' F'$, siendo en la región S , $R > R_e$, y en las fibras extremas $R < R_e$, puesto que habrá de ser:

$$\int_D R y z d y = \int_D R_e y z d y = M.$$

Se deduce, pues, que la recta $E' F'$ cortará a la línea $EDCF$ en dos puntos tales como V y Q , en los que se verificará $R = R_e$. En estos puntos se tendrá $R_0 = 0$, lo que nos prueba que al cesar el momento M , aparecerán además de una fibra neutra central NN , dos laterales $N'N'$ y $N''N''$, en las que el esfuerzo será nulo. La distribución de las tensiones interiores, vendrá pues representada por una línea quebrada $JKLT$, viéndose por tanto que en la cara que trabajó a compresión tenemos ahora una tensión inicial, e inversalmente, una compresión en la que trabajó a tracción. Estos esfuerzos iniciales aumentan la aptitud de la viga para resistir nuevas cargas, pues evidentemente, al existir estas, la fatiga de las fibras extremas, empieza por disminuir, hasta cambiar de signo y tomar el valor que corresponda al nuevo momento de flexión que haya de soportar, siendo menor que si no hubiera existido deformación previa.

Supongamos, en efecto, que sometemos la viga deformada, a un momento de flexión M_1 , que haga trabajar el material por debajo del límite de elasticidad, y llamemos R_1, f_1 , a la fatiga y flecha correspondientes al caso de que la viga estuviera intacta, esto es de que no hubiera esfuerzos iniciales, y R'_1, f'_1 , las relativas al caso de que la viga esté previamente deformada por la acción de un momento flector M .

Se tendrá según hemos visto $R'_1 = R_1 + R_0$ y $f'_1 = f_1 + f_0$, que nos dicen que la deformación es mayor, como era lógico esperar, puesto que hemos partido de una inicial. En cuanto a la fatiga, será mayor en la zona comprendida entre las dos fibras neutras extremas de que hemos hablado, ya que allí son del mismo signo R_0 y R_1 y serán menores en la región exterior a dicha zona, de suerte que la fatiga máxima en la región considerada, habrá disminuido como consecuencia de la mayor uniformidad conque ahora se reparten los esfuerzos en el interior de la viga.

Para poder profundizar más este estudio y llegar a conclusiones cualitativas comprobables por la experiencia, es preciso conocer la ley que liga las fatigas con los alargamientos para un material dado. Hasta el límite de elasticidad proporcional, sabemos que esta ley viene representada por una línea recta cuyo coeficiente angular es igual al de elasticidad E ; por encima de este límite la curva representativa tiene una forma muy variable con la clase de material usado y no se presta en general a ser sometido al cálculo; sin embargo, es muy corriente, que la fatiga permanezca constante durante un período AB (fig. 2) de una manera muy aproxima-

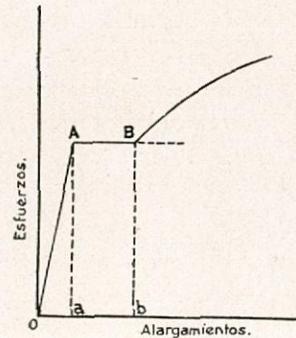


Fig. 2

da, para después subir de nuevo hasta su valor máximo. Por esto, si nos limitamos a estudiar el caso de que la deformación unitaria no pase de Ob , podemos reemplazar sin gran error la curva real por la línea quebrada OAB compuesta de la línea recta OA de coeficiente angular E , y de la horizontal AB . Esta será la hipótesis que haremos en el estudio que sigue, en el que designaremos por K , el vapor de la fatiga aA , admitiendo también, que esta línea OAB representa la variación de la fatiga con la deformación,

tanto para la tracción, como para la compresión, lo que no difiere mucho de las condiciones reales en aceros ordinarios, siempre que, como se ha dicho, las deformaciones unitarias no pasen de Ob .

Según esto en las regiones S' y S'' , se tendrá $R = K$, y si llamamos y_L , al mayor valor de y correspondiente a la región S , será

$$K = \frac{E y_L}{\rho}$$

Designemos ahora por $I_e I_s$, los momentos de inercia, de toda la sección y de la parte correspondiente a la región S , tomados respecto a un eje que pase por la fibra neutra, y por C la cantidad,

$$C = \int_{S'} y z \, d y - \int_{S''} y z \, d y$$

La ecuación (2), se convertirá en:

$$\frac{E}{\rho} I_s + K C = M$$

y como,

$$\frac{E}{\rho} = \frac{K}{y_L} \quad y_L (M - C K) = K I_s \quad (10)$$

La fibra neutra vendrá definida por la ecuación (1), siendo fácil de ver que si la sección tiene un plano de simetría, normal al de flexión, con él coincidirá el de dicha fibra. Los valores de I_s y de C , dependen de y_L , y de la forma de la sección transversal, quedando perfectamente determinado el de y_L , para cada valor de M .

El esfuerzo cortante será soportado exclusivamente por la región S , y su intensidad en un plano que diste y de la fibra neutra, vendrá dado por la fórmula:

$$q = \frac{1}{I_s} \frac{d M}{d x} \int_y^{y_L} y z \, d y$$

siendo $\frac{d M}{d x} = Q$, el esfuerzo cortante total en toda la sección.

Cuando cese el momento M , la fatiga del material en las regiones S' y S'' , será:

$$R_o = K - \frac{E y}{\rho} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_o} \right)$$

y la distancia n de las fibras neutras extremas a la central será:

$$(11) \quad n = \frac{K I}{M} \quad \text{o} \quad n = \frac{y_L}{1 - \frac{\rho}{\rho_o}}$$

puesto que habrá de verificarse en ellas $R_o = 0$ o, $R_e = K$, que conduce a la fórmula anterior.

Como ejemplo de cuanto acabamos de decir vamos a considerar el caso de una viga de sec

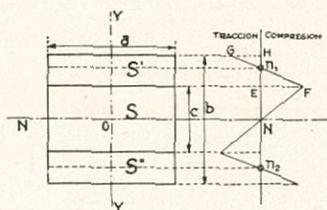


Fig. 3

ción rectangular tal como la representada en la figura 3. Con las notaciones indicadas en la misma, tendremos:

$$y_L = \frac{1}{2} c = \frac{1}{3} \frac{a c^3 K}{4 M - a K (b^2 - c^2)}$$

que nos da,

$$\frac{a K c^2}{3} = a K b^2 - 4 M$$

y determina c para cada valor de M . Para que sea $c > b$, esto es, para que toda la sección trabaje dentro del límite elástico, es preciso que se tenga:

$$\frac{2}{3} a K b^2 > 4 M \quad \text{o} \quad M < \frac{a b^2}{6} K$$

como debía suceder. La distancia de las fibras neutras extremas a la central será:

$$N n_1 = N n_2 = \frac{K}{M} \cdot \frac{a b^3}{12} = \frac{b^3}{3 b^2 - c^2}$$

y la distribución de esfuerzos permanentes po-

drá representarse por una línea quebrada, tal como la indicada a la derecha de la figura.

En general en las regiones S' y S'' la deformación permanente, que al cesar el momento M, tomaría una fibra distante y de la neutra, considerándola aislada del resto de la sección, vendría medida por una variación unitaria de su longitud:

$$d = \frac{y}{\rho} - \frac{K}{E} = \frac{y - y_L}{\rho}$$

Esta deformación es en realidad tan solo,

$$d_0 = \frac{y}{\rho_0}$$

verificándose por tanto:

$$\frac{d_0}{d} = \frac{y}{y - y_L} \cdot \frac{\rho}{\rho_0}$$

Pero de (11),

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \frac{M y_L}{K I}$$

y reemplazando el valor de,

$$\frac{M}{K} = \frac{I_s}{y_L} + C,$$

dado por (10) resulta:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \frac{I_s + C y_L}{I},$$

de donde:

$$\frac{d_0}{d} = \frac{1 - \frac{I_s + C y_L}{I}}{1 - \frac{y_L}{y}} \quad (12)$$

Así, en el ejemplo anterior, y refiriéndonos a una fibra extrema, en cuyo caso se tiene $y = \frac{1}{2} b$, se tiene, haciendo para mayor simplificación $\frac{c}{b} = \mu$,

$$\begin{aligned} \frac{d_0}{d} &= \frac{1 - \mu^3 - \frac{3}{2} \mu (1 - \mu^2)}{1 - \mu} = \\ &= 1 - \frac{1}{2} \mu (\mu + 1) \end{aligned} \quad (13)$$

Si fuera $\mu = 0,9$, sería $d = 6,9 d_0$, lo que significa que el alargamiento permanente experimentado por una fibra extrema valdría $\frac{1}{6,9}$ del que hubiera tenido de estar aislada del resto de la viga. Esto explica la posibilidad de que en las fibras más cargadas se pase del límite de elasticidad, sin que las deformaciones permanentes que resulten, sean de suficiente importancia para poder ser acusadas con precisión.

Si se tiene en cuenta además que las zonas S' y S'' no existirán más que en una parte de la longitud de la viga, se comprende que estos efectos serán aun más pronunciados que al considerar una sección aisladamente, de suerte que cuando pueda comprobarse que se ha pasado del límite de elasticidad proporcional, las fatigas de las fibras extremas R_e , calculadas por la teoría clásica, resultarán muy superiores a este límite. Para aclarar mejor cuanto acabamos de decir vamos a considerar el caso de una viga apoyada en sus extremos y cargada en su punto medio con un peso P. (fig. 4). Supondremos que la longitud de la viga es 2l y que su sección es un rectángulo como el representado en la figura 3.

El momento de flexión en un punto de abscisa $x < l$ valdrá:

$$M = \frac{P}{2} x, \text{ lo que da:}$$

$$\frac{a K c^2}{3} = a K b^2 - 2 P x \quad (14)$$

que nos determina c para cada valor de x. Si hacemos como anteriormente

$$\mu = \frac{c}{b}$$

y llamamos μ_0 al valor particular de μ correspondiente a $x = l$, o sea, al punto medio de la viga, se tendrá:

$$\frac{2 P x}{b^2} = a K \left(1 - \frac{\mu^2}{3}\right) \text{ y, } \frac{2 P l}{b^2} = a K \left(1 - \frac{\mu_0^2}{3}\right)$$

que dan $1 - \frac{\mu^2}{3} = \frac{x}{l} \left(1 - \frac{\mu_0^2}{3}\right)$ (15)

lo que determina μ para cada valor de x , conocido μ_0 .

Las regiones S' y S'' , vendrán limitadas por dos superficies simétricas respecto a la neutra y que cortarán al plano YOX según dos curvas representadas en la figura 4 de trazo lleno, vi-

deformación será nula, y habrá por tanto siempre en sus proximidades una región S que trabajará elásticamente.

La distancia de las fibras neutras extremas, que aparecerán en cuanto cese el momento, a la central valdrá en cada sección:

$$n = \frac{1}{3} \frac{b}{1 - \frac{\mu^2}{3}}$$

Designando por n_0 , el valor particular de n

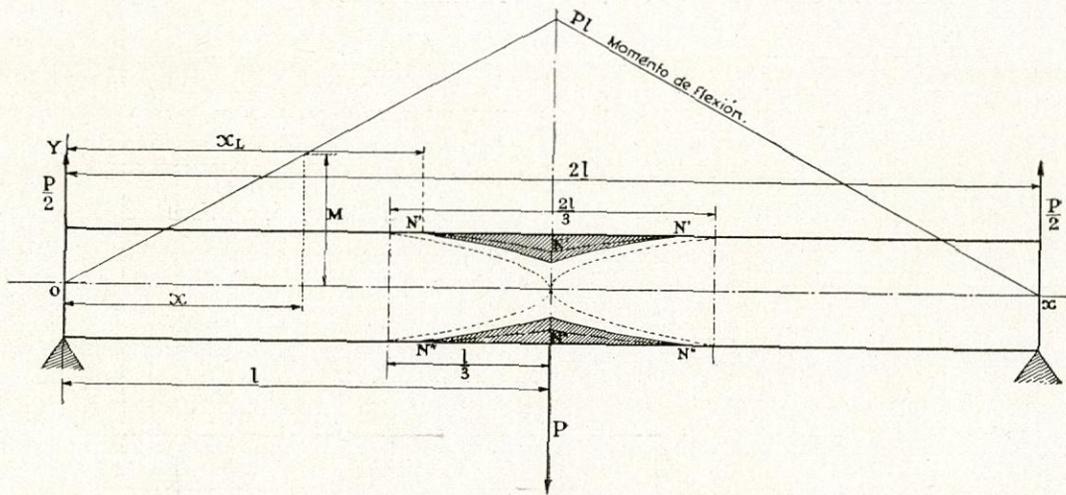


Fig. 4

niendo su abscisa extrema x_L determinada por la condición de ser en ella $b = c$, lo que exige,

$$x_L = \frac{a b^2 K}{3 P} \text{ ó } \frac{x_L}{l} = \frac{2}{3 - \mu_0^2} \text{ (16)}$$

El menor valor que puede tener x_L , correspondiente al caso de ser $\mu_0 = 0$, lo queda $x_L = \frac{2}{3} l$, esto es que las regiones S' y S'' , no pueden extenderse en una longitud mayor que la tercera parte de la viga, mientras subsistan las hipótesis hechas. Las regiones S' y S'' , correspondientes a este caso límite, vendrán limitadas por las curvas representadas de trazos en la figura, que estarán definidas por la ecuación:

$$\frac{x}{l} = 1 - \frac{\mu^2}{3}$$

Esta condición $\mu_0 = 0$, es irrealizable, pues en la fibra neutra, según las hipótesis hechas, la

correspondiente al punto medio, la fórmula (15) dará:

$$n_0 = n \frac{x}{l} \text{ (17)}$$

que nos determina n para cada valor de x . Estas fibras $N' N' N'$ y $N'' N'' N''$, han sido dibujadas en la figura de trazo y punto.

Tratemos ahora de determinar el valor que tomará la flecha en el punto medio. Observaremos para ello, que el valor de la ordenada y de un punto de la fibra neutra de abscisa x , viene dado muy aproximadamente por la fórmula:

$$y = \int d x \int \frac{d x}{\rho}$$

De un modo general, se tendrá entre x_L y l :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{K}{E y_L}, \text{ y, } y = \frac{K}{E} \int d x \int \frac{d x}{y_L} \text{ o bien,}$$

$$y = \frac{M n}{E I} \int d x \int \frac{d x}{y_L} \text{ (18)}$$

Como al ser I constante, el producto $M n$ no varía, podremos tomar en nuestro ejemplo el correspondiente al punto medio de la viga, con lo que llegamos a:

$$y = \frac{P l n_0}{E I b} \int d x \int \frac{d x}{\mu}$$

Para determinar el valor de esta doble inte-

$$y = \frac{4}{3} \frac{P l^3 n_0^3 \mu^3}{E I b^3} + C_1' x + C_2'$$

La constante C_1' , viene determinada por la condición de ser $\frac{dy}{dx} = 0$ para $x = l$, lo que da:

$$C_1' = \frac{2 P l^2 n_0^2 \mu_0}{E I b^2}$$

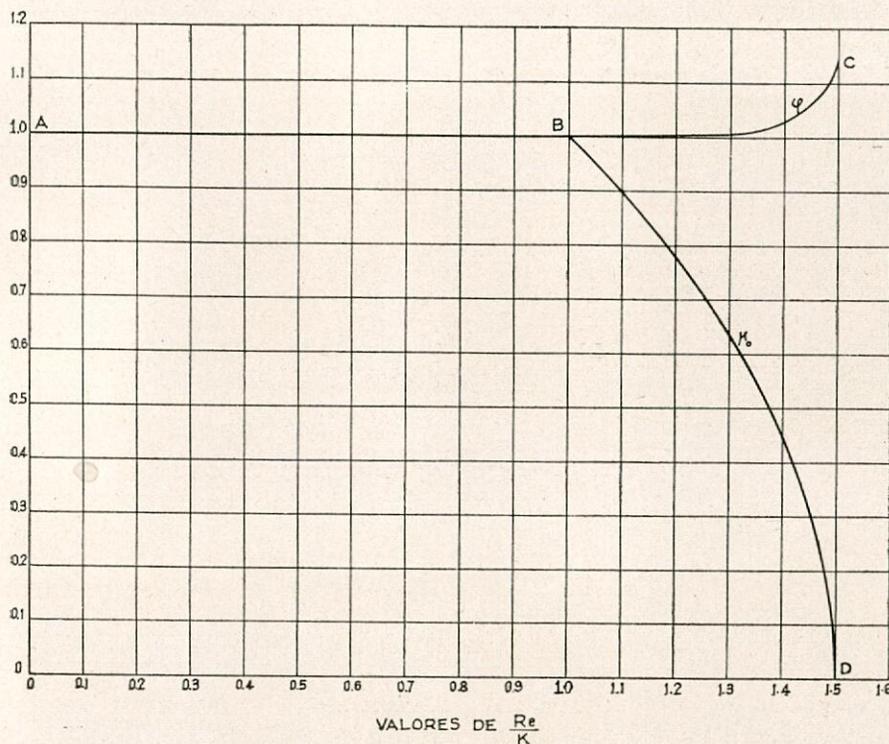


Fig. 5

gral, observaremos que de (15) se deduce:

$$- 2 l \mu \frac{d \mu}{d x} = \frac{b}{n_0}, \text{ y sucesivamente}$$

$$\frac{d x}{\mu} = - \frac{2 l n_0}{b} d \mu \quad (19)$$

$$\mu d x = - \frac{2 l n_0}{b} \mu^2 d \mu, \quad (19 \text{ bis})$$

de donde:

$$\int \frac{d x}{\mu} = - \frac{2 l n_0}{b} \mu + C_1$$

$$\int \mu d x = - \frac{2 l n_0}{3 b} \mu^3 + C_1$$

y finalmente:

valor que sustituido en el de y , conduce a la fórmula:

$$y = \frac{4}{3} \frac{P l^3 n_0^3 \mu^3}{E I b^3} + 2 \frac{P l^2 n_0^2 \mu_0}{E I b^2} x + C_2 \quad (20)$$

Si llamamos f_L , la ordenada de la fibra neutra para $x = x_L$, y por tanto $\mu = 1$, se tendrá:

$$y - f_L = - \frac{4}{3} \frac{P l^3 n_0^3}{E I b^3} (1 - \mu^3) + 2 \frac{P l^2 n_0^2 \mu_0}{E I b^2} (x - x_L)$$

En el punto medio $x = l$, la flecha tomará su máximo valor f , y como de (16),

$$l - x_L = l(1 - \mu_0^2) \frac{n_0}{b},$$

se tendrá:

$$f - f_L = \frac{2}{3} \frac{P l^3 n_0^3}{E I b^3} (\mu_0^3 - 3 \mu_0 + 2) \quad \text{ó}$$

$$f - f_L = \frac{2}{3} \frac{P l^3 n_0^3}{E I b^3} (1 - \mu_0^2)^2 (\mu_0 + 2) \quad (21)$$

El valor de f_L lo determinaremos aplicando las fórmulas clásicas entre 0 y x_L , para lo que haremos $x = x_L$ en la fórmula:

$$-y_e = -\frac{P}{2EI} \left(\frac{1}{2} (l-x)^2 - \frac{(l-x)^3}{6} \right) + \frac{1}{6} \frac{P l^3}{EI} \quad (22),$$

que da la flecha elástica en nuestro caso. Así se obtiene:

$$f_L = \frac{P l^3}{6EI} - \frac{P l^3 n_0^3}{E I b^3} \left(\frac{b}{4 n_0} (1 - \mu_0^2)^2 - \frac{1}{12} (1 - \mu_0^2)^3 \right) \quad (22 \text{ bis})$$

que reemplazado en el valor de f , da:

$$f = \frac{P l^3 n_0^3}{E I b^3} \left[\frac{2}{3} (1 - \mu_0^2)^2 (\mu_0 + 2) - \frac{3}{4} (1 - \mu_0^2)^2 \left(1 - \frac{\mu_0^3}{3} \right) + \frac{1}{12} (1 - \mu_0^2)^3 \right] + \frac{P l^3}{6EI} \quad (23)$$

Designemos ahora por:

$$R_{xe} = \frac{M b}{2 I},$$

la fatiga máxima en una sección de abscisa x , dada por la teoría ordinaria, valor siempre conocido en cuanto lo sea M ; y llamemos R_e , al valor particular correspondiente al punto medio. Se tendrá:

$$n = \frac{K I}{M} = \frac{b}{2} \cdot \frac{K}{R_{xe}}$$

Para que existan las regiones S' y S'' es necesario que sea:

$$n < \frac{b}{2}, \text{ o sea } R_{xe} > K,$$

como debía ocurrir. En el punto medio tendremos:

$$n_0 = \frac{b}{2} \cdot \frac{K}{R_e} \quad (24),$$

valor que reemplazado en (23), nos da, teniendo en cuenta que,

$$\frac{P l^3}{E I} = \frac{4 l^2 R_e}{b E},$$

$$f = \frac{2}{3} \cdot \frac{l^2 R_e}{b E} \left[1 + \frac{K^3}{R_e^3} \left[\frac{1}{2} (1 - \mu_0^2)^2 (\mu_0 + 2) - \frac{9}{16} (1 - \mu_0^2)^2 \left(1 - \frac{\mu_0^3}{3} \right) + \frac{1}{16} (1 - \mu_0^2)^3 \right] \right] \quad (25)$$

o más simplemente:

$$f = \frac{2}{3} \frac{l^2 R_e}{b E} \varphi \left(\frac{R_e}{K} \right) \quad (26)$$

puesto que,

$$\mu_0^2 = 3 - 2 \frac{R_e}{K} \quad (27)$$

Los valores de $\varphi \left(\frac{R_e}{K} \right)$, y μ_0 correspondientes a distintos de $\frac{R_e}{K}$, vienen dados en la siguiente tabla:

$\frac{R_e}{K} = 1$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$\varphi \left(\frac{R_e}{K} \right) = 1$	1.0003006	1.0012498	1.0069636	1.0249048	1.1481478
$\mu_0 = 1$	0.89443	0.7746	0.63246	0.44721	0

con los cuales se han dibujado las curvas ABC y ABD (fig. 5.), que representan la primera, los valores de $\varphi\left(\frac{R_e}{K}\right)$, y la segunda los de μ_0 .

Mientras todo el material trabaja por debajo del límite elástico,

$$\mu_0 = 1, R_e < K, \text{ y } \varphi\left(\frac{R_e}{K}\right) = 1,$$

siendo entonces las flechas proporcionales a las fatiga R_e . Pasado este límite, la teoría clásica daría para la flecha el valor:

$$f_e = \frac{2}{3} \frac{l^2 R_e}{b E}$$

y la diferencia $f - f_e = f_0$, representará al mismo tiempo, la flecha permanente que tomará la viga, cuando cese el momento M, y el error co-

flechas y fatigas, pasará prácticamente desapercibida en tanto que la relación $\frac{R_e}{K}$ no difiera

bastante de la unidad, ya que la función $\varphi\left(\frac{R_e}{K}\right)$ crece muy lentamente al principio. Así por ejemplo para $\frac{R_e}{K} < 1,3$ la relación $\frac{f}{f_e}$ no se diferenciará de la unidad en más de 0,00696.

Resulta por consiguiente, que si queremos determinar el límite de elasticidad proporcional de un material dado, por experiencias de flexión, obtendremos en general valores muy superiores a los hallados en experiencias de tracción o compresión. En la figura 6, se ha dibujado un diagrama, cuyas ordenadas representan los valores de las fatigas en kgs/mm², y las abscisas, los alargamientos correspondientes. La línea OAB representa la variación de las fatigas con los alargamientos en un material ideal que

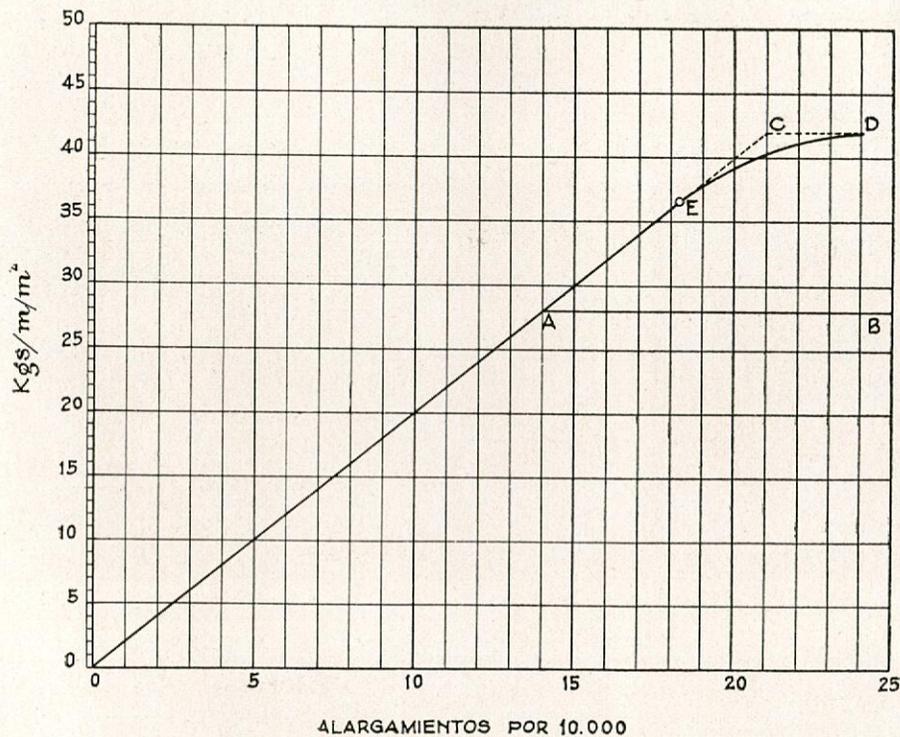


Fig. 6

metido al admitir que las flechas sigan siendo proporcionales a las fatigas. El valor de f puede aun ponerse bajo la forma:

$$f = f_e \varphi\left(\frac{R_e}{K}\right) \quad (28)$$

viéndose que la falta de proporcionalidad entre

satisfaga a las hipótesis establecidas y se compone de una recta OA de coeficiente angular E, y de una horizontal AB. El diagrama de flexión correspondiente se ha trazado en OAD, tomando para abscisas los valores de $\frac{3}{2} \frac{f b}{l^2}$, y como ordenadas los de R_e . De este modo resulta que

durante el período elástico OA, los dos diagramas se confunden, pero después, mientras que el de tracción presenta un cambio más o menos brusco, fácil de definir, el de flexión continúa prácticamente confundido con la recta OC, hasta un punto E, difícil de precisar, en que la diferencia con dicha recta es ya sensible, y que será el límite aparente de elasticidad proporcional para la flexión.

Este límite aparente de elasticidad depende de la precisión de los aparatos empleados y de la sección transversal de la pieza, siendo en general tanto menor, cuanto mayor sea su momento de inercia para un área dada. En muchas piezas comerciales, se toma como base para el cálculo de la carga de trabajo, la carga de prueba tolerada por un modelo de la misma, que no es otra cosa que aquel límite, viéndose por tanto lo incierto del procedimiento, cuando haya trabajo de flexión.

En un reciente estudio publicado por W. A. Scoble en el número del Engineering de 21 de Junio de 1927, se describen una serie de interesantes experiencias realizadas sobre probetas de sección circular y de varias calidades de material, sometidas a flexión en las que se puso de manifiesto la elevación del límite aparente de elasticidad de que acabamos de hablar.

La consecuencia práctica que se deduce de todo lo dicho, es que no tiene importancia bajo el punto de vista de la seguridad de la viga, el que algunas de sus fibras trabajen por encima del límite elástico, y que por tanto el criterio

ca se ha encargado de demostrar que son exageradas.

Si conservamos la cómoda noción de momento resistente, designando por tal, el momento Z, por el que hay que multiplicar la fatiga de la fibra más cargada, para obtener el de flexión M, podremos decir, que mientras todo el material trabaja por debajo del límite elástico es $Z = \frac{I}{y_{m\acute{a}x}}$, y que pasado este límite Z aumenta, verificándose siempre:

$$\frac{I}{y_{m\acute{a}x}} < z < C_0$$

siendo C_0 , el valor de C correspondiente al caso de ser $\mu = 0$.

Con las hipótesis hechas si la fatiga del material no pasa de K, será:

$$Z = \frac{I_s}{y_L} + C$$

Designando por γ , la relación $\frac{C_0 y_{m\acute{a}x}}{I}$, el límite aparente de elasticidad estará comprendido entre K y γK ; de la misma manera, si R_t representa como anteriormente el coeficiente de rotura del material; y hacemos $M_t = \frac{R_t I}{y_{m\acute{a}x}}$ el momento de rotura de la viga estará comprendido entre M_t y γM_t .

Los valores de γ para diferentes secciones son los siguientes:

	$\frac{I}{I_{max}}$	C_0	γ
(1) Rectángulo. Plano de flexión perpendicular a un lado	$\frac{ab^2}{6}$	$\frac{ab^2}{4}$	1'5
(2) Círculo	$\frac{\pi r^3}{4}$	$\frac{4}{3} r^3$	1'697
(3) Cuadrado. Plano de flexión perpendicular a una diagonal	$\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$	$\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$	2
(4) Triángulo, de altura h, y base b, perpendicular al plano de flexión.	$\frac{bh^2}{24}$	$\frac{8}{81} bh^2$	2,37

ordinariamente seguido, de calcular la sección de aquella, de suerte que la fatiga $R = \frac{M y_{m\acute{a}x}}{I}$ tenga un valor igual al admitido para las piezas sometidas a tracción o compresión puras, es un criterio excesivamente conservador que conduce a secciones, que en algunos casos la práct.

Si calculáramos varias vigas de cada una de estas secciones, con la misma fatiga máxima R, no serían sin embargo equivalentes bajo el punto de vista de su resistencia, ya que los límites aparentes de elasticidad y las cargas de rotura serían muy diferentes, pudiendo admitirse como primera aproxima-

mación, que variarían proporcionalmente a η .

Parece pues, que si se adopta el criterio de que la carga de trabajo haya de ser una fracción determinada de la de prueba, la viga de sección (4) puede trabajar con una fatiga superior a la de las otras tres, pudiendo admitirse que estas fatigas sean proporcionales a η . Así si tomamos $R = 10 \text{ kg/mm}^2$ podremos tomar

para la (2), $R = 11,3 \text{ kg/mm}^2$, para la (3), $R = 13,3 \text{ kg/mm}^2$, y para la (4) $R = 15,8 \text{ kg/mm}^2$. No se trata más que de una sugestión, pero lo que parece indudable es que el coeficiente de trabajo no debe ser independiente de la forma de la sección transversal de la viga, como de hecho ocurre en la práctica con muchas piezas comerciales.

Lanzamiento del buque-motor "Infante D. Juan"

por Luis Neira Ingeniero Naval

Este barco y su gemelo «Infante D. Gonzalo» actualmente en gradas, están en construcción en los Astilleros que la «Unión Naval de Levante» posee en Valencia.

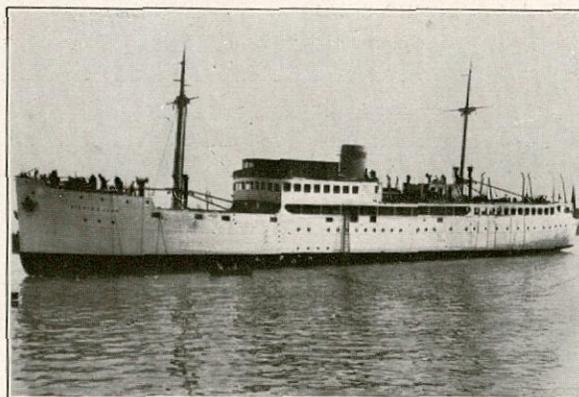
Son barcos de carga y pasaje, con dos hélices y popa de crucero, destinados a la Compañía Trasmediterránea y cuyas características principales son como sigue:

Eslora entre perpendiculares	78'00	mts.
Eslora máxima	81'50	»
Manga en la maestra	12'40	»
Puntal de construcción	7'85	»
Altura entre cubiertas	2'40	»
Calado en carga	4'60	»
Desplazamiento en carga	2.850	tons.
Peso muerto	1.200	»
Tonelaje de arqueo bruto	2.444'43	»
Tonelaje de arqueo neto	1.315'27	»
Velocidad a media carga	16	nudos

Llevan dos motores Diesel M. A. N. sin compresor, con cuatro tiempos, capaces de dar una potencia en conjunto de 2.400 EHP.

La botadura del «Infante D. Juan» se verificó el 25 de febrero del corriente con tiempo mucho más frío que el disfrutado en anteriores botaduras llegándose por las noches hasta dos grados bajo cero, esto obligó a que se pensase en variar las proporciones de la mezcla lubricante empleada hasta la fecha. De ordinario y hasta ahora nos ha dado excelentes resultados esta, se componía de sebo y parafina en la propor-

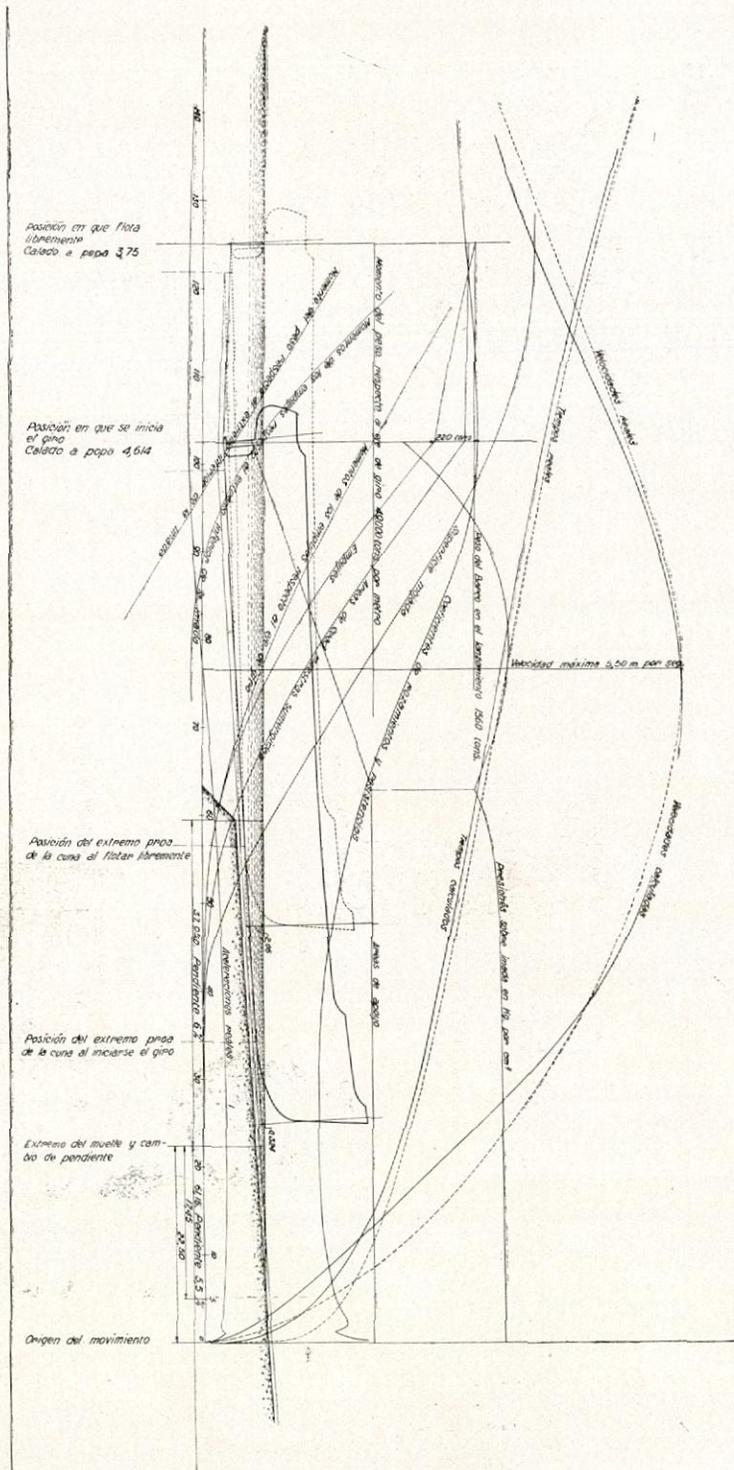
ción de tres a dos (en peso); se daban varias manos de ensebado hasta alcanzar un espesor de seis milímetros sobre la imada y cuatro bajo la anguila y se interponía entre ambas una capa de jabón blando.



1.—El buque-motor «Infante D. Juan» después del lanzamiento.

Esta proporción de parafina, quizás excesiva en una región fría es necesaria en nuestro caso, pues siendo su punto de fusión más elevado que el del sebo, impide que con el calor este se ablande y por lo tanto que con muy poca presión sea expulsado al exterior.

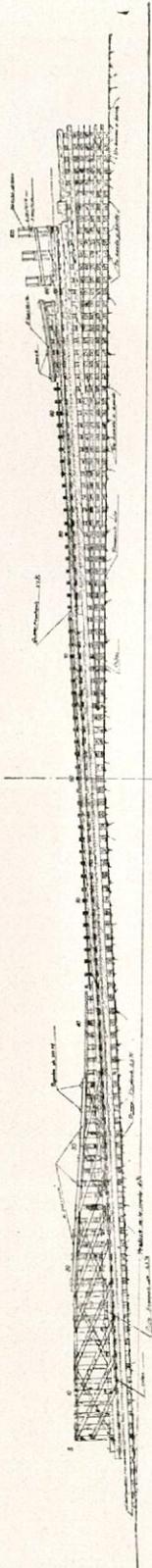
Se hicieron varias pruebas, para determinar las nuevas proporciones de la mezcla, llegándose a tres partes de sebo y una de parafina con la que se hizo el lanzamiento. El resultado



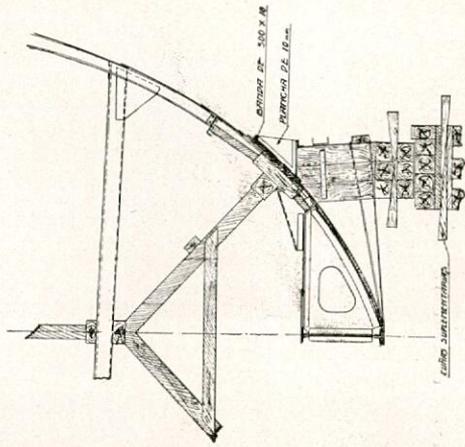
BUQUE "INFANTE D. JUAN"
CURVAS DE LANZAMIENTO

Longitudes en metros
 Pesos y empujes en tons
 Momentos en tons por metros
 Tiempos en segundos
 Velocidades en metros por seg.
 Aceleraciones en m. por seg. por seg.
 Coeficientes de rozamientos y resistencias.
 Areas de apoyo en m.²
 Presiones en Kg. por cm.²
 Areas maestras sumergidas en m.²
 Areas de superficie mojada en m.²

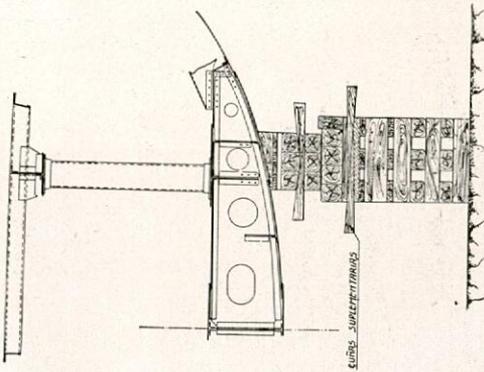
Longitud (m)	Peso (tons)	Momento (tons·m)	Tiempo (seg)	Velocidad (m/seg)	Aceleración (m/seg ²)	Coeficiente	Area de apoyo (m ²)	Presión (Kg/cm ²)	Area maestra (m ²)	Area mojada (m ²)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	100	1000	10	10	10	10	10	10	10	10
20	200	4000	20	20	20	20	20	20	20	20
30	300	9000	30	30	30	30	30	30	30	30
40	400	16000	40	40	40	40	40	40	40	40
50	500	25000	50	50	50	50	50	50	50	50
60	600	36000	60	60	60	60	60	60	60	60
70	700	49000	70	70	70	70	70	70	70	70
80	800	64000	80	80	80	80	80	80	80	80
90	900	81000	90	90	90	90	90	90	90	90
100	1000	100000	100	100	100	100	100	100	100	100



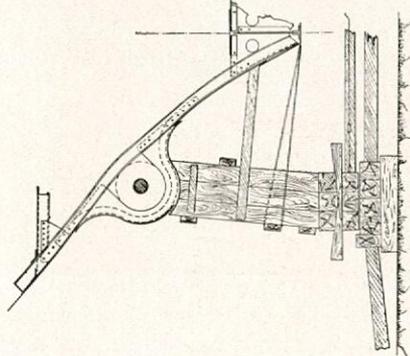
Disposición general de la cuna de lanzamiento.



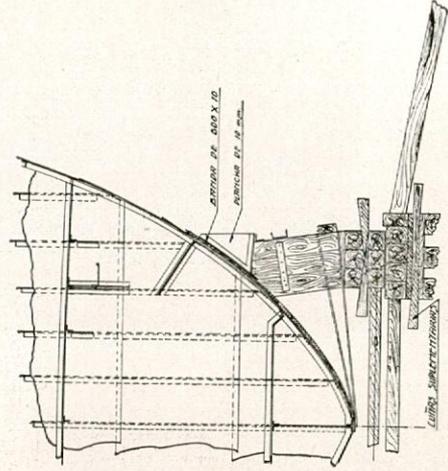
CUADERNA 103



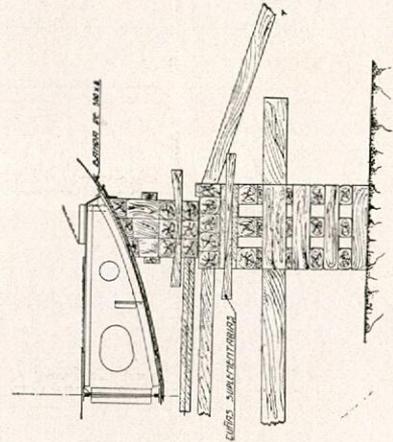
CUADERNA 90



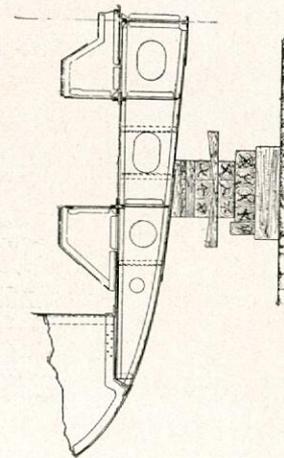
CUADERNA 14



MAMPARO ESTANCO 105



CUADERNA 97



CUADERNA 49

aunque satisfactorio, fué inferior al obtenido en verano con la proporción tres a dos.

Creemos podría rebajarse aun más la cantidad de parafina, pero por no haber podido hacer ensayos más completos, no hemos llegado a resultados definitivos (1).

Adjunto se ve un plano de la disposición general de la cuna de lanzamiento; por él y por las secciones transversales que acompañan se podrá apreciar un detalle interesante de la instalación de aquella.

Se observará en efecto, que la grada se compone de tres trozos de distintas pendientes; la antegrada propiamente tal, que extendiéndose en una longitud de 37'50 metros presenta la del 6 por 100, el primer trozo de grada que la posee del 5'5 por 100 y finalmente el resto horizontal.

La pendiente de la imada es del 6 por 100; la de la quilla del 5'5 por 100 y la altura entre esta y la grada inclinada de 1'25 metros. Dado que la cuaderna maestra del barco que nos ocupa, caía aproximadamente en el cambio de pendiente de la grada, la altura de la imada resultó variable, hasta alcanzar la de 2'75 metros bajo la proa. Naturalmente hubo que disponer una verdadera pila de picaderos convenientemente apuntalados y arriostrados entre sí hasta alcanzar en cada punto la altura debida; pero se pensó también que al descansar el barco sobre la imada, la presión ejercida sobre el maderamen determinaría una compresión de este y por tanto una desnivelación en el camino de lanzamiento, que era necesario evitar. Esto se consiguió fácilmente colocando bajo la imada y en toda la mitad anterior del barco, además de las cuñas necesarias para levantar el barco, otras suplementarias para golpear sobre ellas si la imada cedía y devolverle su inclinación primitiva. Para acusar esta desnivelación se colocaron testigos de trecho en trecho, consistentes en listones verticales apoyados en el pavimento de la grada y que en su parte alta, llevaban un pequeño taco a tope con el canto superior de la imada.

Dispuesta ya la cuna y efectuado el encebado, se procedió en la madrugada del 25 al levantado del barco; 110 hombres se repartieron a lo largo de las imadas, cada uno estaba encargado de golpear sucesivamente cuatro cuñas que tenían ya asignadas de antemano; en las partes de proa y popa por su mayor dificultad,

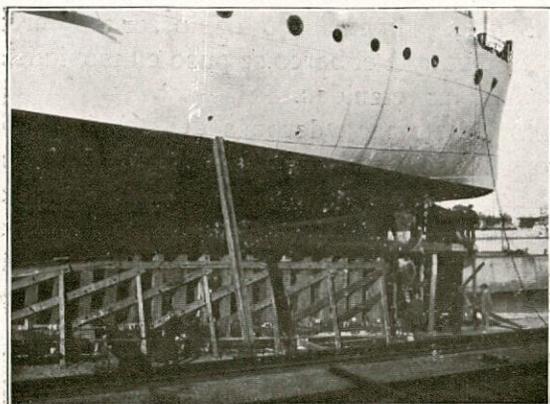
se dispuso un hombre por cada tres cuñas.

En cuatro intervalos se golpeó sobre las cuñas; el primero durante un minuto; inmediatamente después se afianzaron los tirantes y tensores altos de los santos de proa y popa; el segundo fué de dos minutos, esto bastó para que los picaderos de popa se aflojasen y se procediese a sacarlos; los de proa aun seguían fuertes, lo cual es explicable pues por las razones ya dichas el maderamen bajo la fuerte presión cedió algo y se apreció por los listones testigos en descenso de la imada de quince milímetros; se volvió a golpear durante minuto y medio, pero esta vez sobre las cuñas suplementarias, hasta llevar la imada a su verdadera posición; los picaderos de proa se levantaron ya fácilmente y bastó por último otro intervalo de un minuto para que ya todo el barco reposase sobre la cuna y quedase sujeto únicamente por la retenida y los picaderos secos.

La rotura de picaderos secos y zafado de las retenidas se realizó sin dificultad. El buque estuvo perezoso en despegar por lo que se le empujó con los gatos hidráulicos.

El barco se lanzó con toda su maquinaria a bordo y no llegó a cien toneladas el peso que le faltaba para su alistamiento total. Los cálculos efectuados a priori, demostraron la conveniencia de lastrar a popa para alejarse del peligro del saludo; esto no convenía de ningún modo pues quedando gran voladizo a proa de la cuna había el riesgo de un golpetazo en la antegrada; se lastró pues el pique de popa con 25 toneladas de agua lo que fué suficiente para aumentar en 20 centímetros la diferencia de calado y evitar la cabezada.

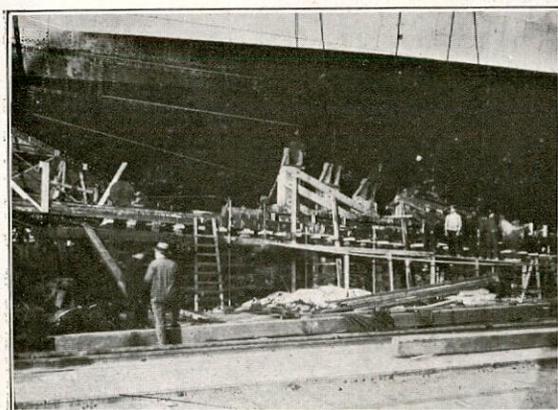
Por las curvas de lanzamiento se podrá seguir la marcha del mismo. La curva de tiempos y velocidades reales están sacadas del aparato registrador de velocidades; las de aceleraciones y rozamientos son consecuencias de aquellas. Si comparamos las curvas reales por las calculadas a priori, se observará que al iniciarse el movimiento, la velocidad fué menor de la prevista, ya que en los primeros 0,10 metros de recorrido, las ordenadas de la curva de tiempos reales son mayores que las calculadas; ésto puede explicarse admitiendo un cierto retraso en el vaciado de los sacos de los picaderos secos, o achacarse a un mayor valor del coeficiente de rozamiento del arranque; después actuando los datos, imprimieron una cierta aceleración que



2.—Detalle de la cuna en la popa.



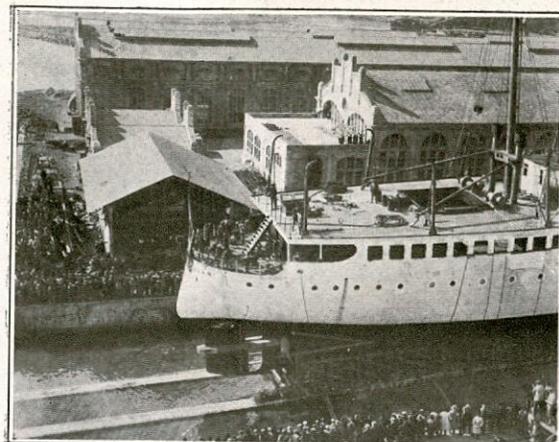
5.—Entrada de la popa en el agua.



3.—Detalle de la cuna en la proa.



6.—Momento de iniciarse el giro.



4.—El buque en grada momentos antes del lanzamiento.



7.—El buque después de abandonar la grada.

hizo aumentar la velocidad real sobre la calculada; para irse despues igualando y coincidir en un máximo de 5'5 por segundo.

Las características principales de lanzamiento fueron las siguientes:

Peso del barcoD. = 1.560 tons.
Pendiente del camino de lanzamiento.	6 0/10
Pendiente de la quilla.	5'5 0/10
Longitud del camino de lanzamiento140 mts.
Longitud de la cuna 65'14 mts.
Presión sobre la imada 1'70 kgs/cm ²
Momento del peso respecto al punto de giro49.000 tons. mts.
Camino recorrido al iniciarse el giro.	102'5 mts.
Reacción en el punto de giro.	220 tons.
Calados al iniciarse el giro	{ a proa. 0'324 mts.
	{ a popa. 4,614 »
Camino recorrido a flotar libremente	125 »
Calados al flotar libremente	{ a proa. 2'05 »
	{ a popa. 3'75 »
Momento de contra-arfada mínimo6.500 tons. mts.
Momento de contra-arfada mínimo	$\frac{D}{K} = K = 4'15$
Eslora del barco	$\frac{K}{K} = 18'70$
Velocidad máxima adquirida.	5'5 mts. seg.
Coefficiente de rozamiento en marcha	0'0335
Tiempo transcurrido hasta flotar libremente45 segundos.

En cuanto al coeficiente de arranque no ha podido determinarse exactamente, puesto que

el frenado de los picaderos secos falsean su investigación; sin embargo debió ser muy próximo 0,06 ya que el barco se puso en movimiento al soltar las retenidas.

Inmediatamente después del lanzamiento se procedió a determinar la deformación longitudinal del barco; mediante un sistema de miras colocadas ya de antemano se pudo apreciar una deformación por quebranto de 6 milímetros de flecha; que en 78 metros de longitud viene a ser $\frac{1}{13.000}$ de la eslora: deformación verdaderamente explicable por los mayores empujes en su centro que en sus extremos.

En las fotografías se observarán diversas fases del barco durante el lanzamiento así como detalles de la instalación de la cuna; en las secciones transversales, por las cuadernas 103 y 105 se apreciará el reforzamiento de proa y la disposición de bandas y fuertes consolas para resistir las 220 toneladas de reacción al iniciarse el giro.

(1) Como nota cómica podemos decir, que un visitante que insospechadamente se posó sobre la imada ensebada, resbaló y sentado sobre ella se deslizó vertiginosamente hasta el agua, con el consiguiente deterioro de su flamante vestimenta y la natural sorpresa del paciente y de los circunstantes.

NOTAS BIBLIOGRÁFICAS

Velocidad económica bajo el punto de vista financiero. (*Shipbuilding and Shipping Record*, Diciembre, pág. 757)

Solo considera el autor para determinarla, las variables que influyen de una manera capital.

Los factores que intervienen para una distancia a recorrer dada son:

- 1.º—El coste del barco, que es constante.—
- 2.º Coste y pérdida de fletes debido a la existencia de pañoles y tanques de agua.—
- 3.º Gastos generales por día, constante.—
- 4.º Derechos en los puertos, constante para un viaje determinado.—
- 5.º Seguro.

Siguiendo el criterio antes expuesto, los fac-

tores 2.º y 5.º no 'os tiene en cuenta el autor por ser de poca importancia.

El beneficio por día será por lo tanto:

$\frac{\text{Peso muerto} \times \text{Coste del flete} - [\text{Total carbón (coste de la tonelada} + \text{coste del flete)}]}{\text{Total días navegando y en puerto}}$

$$= \frac{P M \times C F - [T C (C T + C F)]}{D_n + D_p}$$

$$- \frac{K}{D_n} \left((P M \times C F) - T C (C T +$$

$$+ C F) \right) \text{ siendo } K = \frac{D_n}{D_n + D_p}$$

factor que el autor llama de eficiencia y sobre el que, el arquitecto naval no tiene control.

Este factor de eficiencia según Mr. Denholm Young en su artículo «Losses of Efficiency in Steamship Operation» del 15 de Noviembre de 1928 puede ser tomado como término medio, igual a 0,543, siendo 0,683 y 0,378 un máximo y un mínimo respectivamente; tratándose de buques de carga.

Determinado el beneficio por día por la fórmula antes dada, para distintas velocidades, podrá hallarse fácilmente el valor de la velocidad más económica, procedimiento que el autor desarrolla en detalle para varios ejemplos.

(P. de la R.)

Estudio de la contracción de los metales fundidos al solidificarse. (*Foundry Trade Journal*, Diciembre Pag. 410)

Mr. E. J. Ash. ha efectuado, con la cooperación de la American Foundrymen's Association, una serie de ensayos, encaminados a determinar la disminución de volumen subsiguiente a la solidificación en diferentes cuerpos.

Después de diferentes tentativas, se consiguió llevar a cabo las experiencias por el método que sigue: en el seno del metal fundido, se introdujo un crisol de capacidad conocida, y se dejó, completamente sumergido, el tiempo suficiente para que tomase la temperatura del caldo. Se extrajo después, y una vez frío, se pesó el metal contenido, obteniendo así el volumen específico del material, a la temperatura que tenía en el momento de extraer el crisol. De esta manera, se puede trazar la curva de volúmenes específicos, y por lo tanto de contracciones en función de la temperatura. Por el anterior método, se obtuvo la contracción de una aleación de 98,5 % de aluminio, valor que resultó ser de 6,4 % del volumen del metal líquido a 656°.

Estos trabajos continúan con objeto de determinar las contracciones en el hierro fundido.

(A. B.)

Nuevo tipo separador de agua y aceite (*The Marine Engineer and Motorship Builder*, Febrero Pag. 51)

La necesidad, impuesta por la ley, de separar el aceite del agua que se achica de los lastres, durante la estancia en puerto, y la conve-

nencia de economizar este mismo aceite, han determinado a la Separators Limited a lanzar al mercado un nuevo tipo de separador llamado *Comyn* apto para grandes cantidades de emulsión.

Consiste el aparato en un tanque cilíndrico en cuyo interior se encuentran dos tubos concéntricos, que envuelven a una serie de canales en espiral, formados de chapa. La emulsión entra por el centro común de dichos canales y el agua y el aceite se separan, quedando este en el conducto interior y aquella en el exterior de los dos que forman los tubos antes dichos.

Por medio de varias válvulas colocadas en sitio apropiado, se puede recoger cada uno de los dos productos. Además se dispone en el interior del aparato varios serpentines de vapor que calientan la mezcla y favorecen la separación permitiendo además la rápida limpieza sin desmontar la tapa.

Las principales ventajas de este tipo, son la sencillez consiguiente a la ausencia de piezas móviles, y el poco volumen que ocupa. Para darse idea de las dimensiones y eficacia de estos aparatos, se puede citar el ejemplo de dos buques provistos de separador *Comyn* de 6 pies de diámetro y cinco de altura, que achicaron de los lastres más de 1000 toneladas de agua cada uno, separando unas 30 a 50 toneladas de aceite.

Termina este artículo, afirmando el buen funcionamiento del aparato aun con los mayores balances del buque.

(A. B.)

Sopladuras en las fundiciones (*Por Neville Dean Foundry Trade Journal*, Enero Pag. 31)

Las sopladuras de las piezas fundidas pueden provenir de las siguientes causas: 1.º metal demasiado frío. 2.º metal demasiado caliente. 3.º arena demasiado húmeda. 4.º arena apretada demasiado y 5.º sopladuras debidas a los machos.

En el primer caso las cavidades son grandes, no muy numerosas y presentan formas redondeadas. En el segundo, ocurre al contrario, los poros son pequeños, numerosos y tienen el aspecto de la esponjosidad que produce la contracción.

Cuando el molde está demasiado húmedo las sopladuras se encuentran en la parte alta de la pieza y el metal hierve al colarse.

Las sopladuras debidas a la 4.^a causa son más bien depresiones que se presentan en las superficies de las piezas.

El apretado excesivo de la arena, la hace impermeable al aire que contiene el molde impidiendo por lo tanto, que pueda ser llenado por el metal fundido.

Las sopladuras debidas a los machos, son fáciles de reconocer, pero difíciles de remediar. Se encuentran en las caras altas de las piezas y se producen por los gases de la combustión de las materias que forman el macho, que no pueden escaparse por los canales de ventilación.

En este caso, es inútil pinchar la parte alta del molde; lo necesario es disponer mejor la salida de gases de los machos.

Además de los casos expuestos, el autor considera las sopladuras debidas a los gases de oclusión que contiene el metal y que exigen la segunda fusión del mismo. (A. B.)

Los Buques de forma "Maier" por W. Bruhl (*Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, del 18 de enero, pág. 73).

Esta forma de buques, ideada por el ingeniero vienés Maier, se caracteriza por su roda, extraordinariamente lanzada e inclinada, y por sus cuadernas inclinadas a unos 45°. Con ello, la forma de la proa que en los buques normales se aproxima a un diedro de arista vertical, se convierte en un diedro de arista inclinada.

Esta configuración se funda en que el agua que va desplazando un buque en movimiento, se mueve, no solamente hacia los costados, sino también hacia abajo y la resultante de los dos movimientos es una línea inclinada. La nueva forma tiende, pues, a adaptarse mejor a las líneas de corriente.

La forma Maier ha sido experimentada durante los tres últimos años en los tanques de Hamburgo, Berlin, Viena, Dumbarton y Washington y comparada con la forma usual. Como resumen de las experiencias, resulta ser apropiada para buques con coeficiente de afinamiento de 0'5 a 0'75 con una velocidad que dé un valor para la variable de Froude de:

$$F = \frac{v}{\sqrt{gL}} = 0,15 \text{ a } 0,35$$

en los cuales se obtiene una economía de po-

tencia de remolque del 8 al 12 % y en algunos casos hasta del 18 %. Para buques más llenos o de menos velocidad, la economía es menor.

Después de experimentar dos botes, uno de forma normal y otro de forma Maier, se ha empezado la construcción de buques de este tipo de los cuales el primero, un pesquero de 720 toneladas, fué puesto en servicio en Julio del 28. Hoy en día, año y medio más tarde, existen 14 buques de esta forma en servicio con desplazamiento, que llegan hasta 19.300 t. En el buque de este desplazamiento, un cargo del Norddeutscher Lloyd, el coeficiente del Almirantazgo ha sido C=325 en vez de 286 que es un buque análogo de forma normal.

Los buques de forma Maier han resultado muy maniobrables, de gran estabilidad de ruta y muy marineros. El cabaceo es pequeño, lo cual contribuye a mejorar la marcha en mal tiempo porque la hélice no trabaja nunca en vacío. (L. S.)

El "Ersatz-Preussen" (*Engineering*, 7 Febrero 1930, pág. 175).

Con ocasión de la Conferencia Naval de Londres, se están haciendo en todas partes múltiples referencias al «Ersatz-Preussen». Es pues, interesante repasar la información que cada cual posee sobre las características de este barco, teniendo en cuenta que los últimos datos dados a conocer recientemente por las revistas técnicas alemanas, difieren considerablemente de los primeramente publicados.

Según las últimas noticias, su eslora es de 180 metros y su manga de 20 metros. El calado no se conoce con exactitud pero se cree que será de unos 4,80 metros.

Su armamento es el que primeramente se había dicho, esto es: seis cañones de 28 cms. en dos torres triples, ocho de 15 cms., cuatro de 3" antiaéreos en montajes dobles y dos tubos triples de lanzar de 19'7".

Su velocidad máxima es de 26 a 27 nudos y su radio de acción de unas 10.000 millas a 20 nudos.

Las máquinas tienen una potencia total de 50.000 HP. y su peso incluyendo ejes, chumaceiras, embragues, etc., es según una revista alemana, de 1150 tons. o sea más de 23 kgs. por caballo. Esta cifra es bien distinta de la de 8 kgs. por caballo que fué publicada por el Mi-

ministro de Defensa Nacional hace cosa de un año. Sin embargo, aunque el peso de la instalación de maquinaria de este barco será superior a la de turbinas de vapor de un crucero Washington corriente, es indudable que como instalación de máquinas marinas Diesel tiene un mérito manifiesto, puesto que representa una considerable reducción de peso con relación a otras máquinas alemanas.

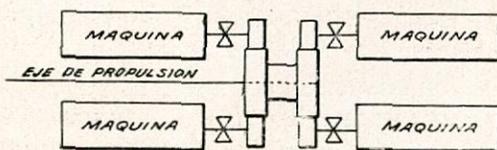
Para darse bien cuenta de lo que representa la cifra mencionada, basta mirar el siguiente cuadro:

PESO POR CABALLO DE ALGUNAS INSTALACIONES DE MÁQUINAS MARINAS

	Kgs.
Calderas y turbinas de los últimos destroyers ingleses incluyendo ejes, chumaceras, engranajes etc.	15
Calderas y turbinas de los cruceros tipo «Kent», incluyendo ejes, chumaceras, etc.	20
Máquinas Diesel del «Ersatz-Preussen» incluyendo ejes, chumaceras, embragues, etc.	23
(1) Máquina Diesel alemana de 3.000 HP. para submarinos <i>sin</i> incluir ejes, chumaceras, ni embragues	26
Calderas y turbinas del crucero de combate «Hood», incluyendo ejes, chumaceras, etc.	37
Calderas y turbinas del «Nelson» incluyendo ejes, chumaceras, etc.	45
(2) Máquina marina Diesel alemana de 12000 HP. <i>sin</i> incluir ejes, chumaceras, etc.	51

Parece ser que los 50.000 HP. se obtendrán por 8 máquinas Diesel, de 6.250 H.P. cada una, acopladas cuatro a cada eje por medio de una caja de engranajes común y por intermedio de un embrague hidráulico para cada máquina, en forma similar a la descrita en la American Institution of Naval Architects de 1927.

En la adjunta figura puede verse diagramá-



ticamente la disposición adoptada. De ser así,

(1) 4 tiempos, 10 cilindros, 400 r. p. m.
 (2) 6 cilindros, doble efecto, 150 r. p. m.

se trata de una audaz experiencia que acredita de valientes a los ingenieros alemanes que se arriesgan a adoptarlas para un barco tan importante y tan costoso. Es indudable que la instalación ha debido ser sometida a pruebas de taller muy completas y parece ser que dos de estas máquinas con su instalación serán probadas en el crucero «Liepzig» botado en Octubre último. Este barco es gemelo de los «Karlsruhe» «Konigsberg» y «Koln» pero mientras estos son de dos hélices con turbinas de 65.000 H.P. y una instalación auxiliar de máquinas Diesel para pequeñas velocidades, el «Liepzig» tiene tres ejes, los exteriores movidos por turbinas de 30.000 H.P. en cada uno y el central por máquinas Diesel de 12.000 H.P. Es de suponer que estas serán en número de dos y del tipo de las del «Ersatz-Preussen», con objeto de obtener experiencia de su funcionamiento antes de comenzar el montaje de las de este.

No se tienen noticias respecto a los espesores de coraza del «Ersatz-Preussen», pero si las máquinas pesan 1.150 tons., no es probable que se haya podido pasar de 4 a 5" de espesor para la coraza de cintura.

Aun cuando el «Ersatz-Preussen» no ha de producir la revolución de la construcción naval que algunos comentaristas han profetizado, es indudable que su terminación y pruebas serán objeto de la preferente atención de las autoridades navales de todo el mundo, y quizás de la inquietud de sus proyestistas. (A. M. M.)

Centros para el maquinado de los ejes
 (por O. E. S. Machinery, Enero, pág. 510).

Muchos defectos en el torneado de las piezas de importancia que hayan de montarse entre puntos en la máquina herramienta. son debidos a que los centros que se han hecho en los extremos del eje son inadecuados para el peso que han de soportar, y la carga de la cuchilla correspondiente al trabajo que ha de hacerse.

La presión transmitida por estas causas puede ser tan grande, que se llegue a romper la película de aceite que lubrica el rozamiento del punto en el centro y consiguientemente, se pierda la forma de revolución de este. Si esto ocurre, será imposible la obtención de una superficie torneada completamente redonda.

Las mayores deformaciones de los centros ocurren durante el desvaste, cuando el peso de

la pieza es mayor y la carga de la cuchilla no es constante.

La experiencia enseña, que la presión que se transmite a la superficie de los puntos del torno, varía de 150 a 350 kgs/cm². La carga consiguiente a un tajo continuo de la cuchilla, produce una presión de unos 150 kgs/cm² cuando el motor de la máquina desarrolla 5 H.P. y de 350 kgs/cm² si se trata de potencias de unos 10 H.P. Un eje de 28 cm. de diámetro y 4 mts. de longitud que pesa unas dos toneladas, produce una presión sobre los puntos, de 155 kg/cm² poco más o menos.

El autor aconseja dimensionar los centros, de tal modo que la presión total no sea mayor de 210 kgs/cm², y al efecto proporciona una fórmula que da el diámetro de la base del centro en función del peso y de la carga de la cuchilla. También presenta tres gráficos que dan el mismo valor para distintos diámetros y longitudes de ejes, cuando el motor del torno es de 5 H.P., cuando es de 10 H.P. y en el caso de emplearse soportes en el carrillo. (A. B.)

LA XXX ASAMBLEA DE LA SCHIFFBAU- TECHNISCHE GESELLSCHAFT

(Continuación)

La transmisión hidráulica

El Dr. Föttinger hizo constar que la patente principal y sus derivadas habían caducado desde hacía año y medio por lo que resulta interesante una información sobre el sistema.

El primitivo objeto de los transformadores hidráulicos era reducir la velocidad de la hélice respecto de la de las turbinas. Actualmente se destinan a dos fines perfectamente definidos:

a) Reducciones de velocidad de 1 : 1, 25 hasta 1 : 8.

b) Acoplamiento elástico.

El rendimiento del tipo *a* es tan bueno por lo menos, con frecuencia mejor, que el de la reducción eléctrica. Los transformadores del crucero «Wiesbaden» hundido durante la guerra (25.000 HP cada uno) tenían un rendimiento del 91 %. En marcha atrás, el rendimiento es un 10 % menor.

El rendimiento del tipo *b* no tiene límite. Puede ser del 97 al 99 % y sólo depende del diámetro admisible para las ruedas.

El tipo Vulcan, formado por la unión de un reductor de engranajes y un acoplamiento hi-

draúlico, ha sido extensamente aplicado en motonaves. La reducción suele ser de 1 : 2 ó 1 : 3 y su rendimiento es del 97 al 98 %.

El tipo Bauer-Wach con doble reducción de engranajes de 1 : 40 hasta 1 : 60 ha sido instalado en más de 100 buques con turbinas de vapor.

El acoplamiento hidráulico amortigua las vibraciones y está especialmente indicado para motonaves. Las dragas suelen emplearlo para salvarlas de averías por atrancamiento al agarrar grandes piedras, anclas, etc.

En la discusión, el ingeniero Dreves hizo notar que las motonaves no necesitaban el acoplamiento hidráulico para evitar vibraciones: basta con una acertada compensación de masas y la casa Blohm & Woss ha construido motonaves sin él que funcionan perfectamente desde hace seis años.

El Dr. Föttinger reconoció que los buques con 1 y 2 motores por eje podían construirse sin acoplamiento hidráulico pero que no era así cuando el número de motores por eje es de 4 o más. Hizo constar la ventaja de poder desacoplar la maquinaria sin más que vaciar el aceite.

El ingeniero italiano Rabbeno expuso unas

Consideraciones generales sobre propulsores de chorro

bajo cuyo nombre incluye dos clases de propulsores de reacción:

1) Los fundados en una aspiración de agua al interior del buque, agua que es expulsada después por medio de una bomba. Llega a la conclusión de que estos propulsores son muy inferiores en rendimiento a las hélices.

2) Propulsores cohete, conocidos ya por haber sido aplicados a otros vehículos. Estos propulsores tendrían un rendimiento próximo a 1, si la velocidad de salida de los gases fuera poco superior a la del vehículo. Las mayores velocidades alcanzadas con avión (150 m/s) están tan lejos de la de salida de los gases (1km/s) que su rendimiento es también muy bajo.

Tubos para condensadores

La conferencia del director Hirsch versó sobre tan interesante tema. Primeramente los tubos de condensador era de latón (60 % Cu. 40 % Zn) pero en vista de sus malos resultados se aumentó la proporción de cobre (70 % Cu.

30 % Zn.) No habiéndose logrado resultados satisfactorio, se sustituyó 1 % de zinc por 1 % de estaño formando la aleación llamada Almirantazgo (70 % Cu. 29 % Zn. 1 % Sb.) sensiblemente superior a las anteriores.

El desarrollo constante de la potencia de las máquinas marinas ha obligado a aumentar la velocidad del agua refrigerante y la aleación Almirantazgo se corroe rápidamente. La corrosión no es probablemente un efecto mecánico sino un efecto químico debido a las burbujas de aire, pero lo cierto es, que los tubos se corroen extraordinariamente.

Se han ensayado con éxito aleaciones de cobre y níquel y dice que la aleación del porvenir es la de 80 % Cu. 20 % Ni. La resistencia a la corrosión crece con la proporción de níquel pero crecen también al mismo tiempo las dificultades de fabricación. El metal Monel (70 % Ni) no da buenos resultados por lo difícil que es obtener con él tubos sin defectos.

El Ministerialrat Schmidt, dice que una aleación cobre-níquel con el 10 % de níquel es casi tan defectuosa como la del Almirantazgo. Con el 20 % de níquel los tubos duran unos 6 años y con el 30 % se aumenta considerablemente la duración.

El Dr. Goos manifiesta que la Hamburg-Amerika Linie, emplea desde hace 3 ó 4 años tubos con sólo el 15 % de níquel con buen resultado. En Inglaterra se ha ensayado una aleación de 70 % Cu. 28 % Zn. y 2 % Al., con una resistencia de 60 kg/m². Esta aleación de aluminio ha dado muy buenos resultados.

El Dr. Hirsch termina diciendo que en su Compañía se han hecho ensayos que le llevan a afirmar que la aleación del porvenir es de 70 % Cu. y 30 % Ni. que, si bien es cara de coste, resulta económica porque puede durar tanto como el buque y los tubos quedan todavía utilizables.

Por tratarse de un asunto local y por falta de espacio no resumimos el discurso del Doctor Foester sobre el tráfico en el Elba.

Por ausencia del Doctor Bauer, autor del siguiente estudio, el Doctor Mohr leyó:

Propulsión de buques rápidos

Aunque al redactar el programa de los nuevos trasatlánticos «Bremen» y «Europa» no se

trató de establecer un record de velocidad, pues sólo se habían garantizado 26 1/4 nudos, velocidad casi igual a la del Mauretania que había dado más de 26, al obtener el Bremen una media de 27'24 en sus cuatro primeros viajes de ida y vuelta, ha puesto otra vez sobre el tapete la cuestión de la velocidad de los trasatlánticos.

Existe, desde luego, la posibilidad técnica de construir buques más rápidos. Tomando el Bremen como punto de partida, no es necesario hacer grandes esfuerzos para conseguir velocidades mayores. La instalación del Bremen ha sido calculada con excesiva prudencia y no ha sido aprovechada hasta el límite a que, sin comprometer la seguridad de funcionamiento, se hubiera podido llegar. La presión de aire en las cámaras de calderas es sólo de 35 a 40 mm. de agua, cuando puede adoptarse sin inconveniente de 60 a 80 mm. A la máxima velocidad, las paletas de las turbinas trabajan con un coeficiente de seguridad de 6 como mínimo y se puede asegurar que una instalación de máquinas y calderas análoga a la del Bremen, que desarrolla de 100 a 105.000 c. v., podría desarrollar perfectamente 130.000 c. v. y que, por lo tanto, podía haberse construido sin dificultad un Bremen de 28,25 nudos de velocidad media en vez de los 27,24 actuales. Pero para los pasajeros, este aumento de velocidad, representa solamente un ahorro de 4 horas y el buque no saldría por ello de la categoría de buque de cinco días.

El autor se propone estudiar el buque de cuatro días. Este buque debe hacer el viaje Cherburgo-Nueva York (3.160 millas) en $42 \times 4 + 5$ (diferencia de hora) = 101 horas y, en cambio, para el viaje de vuelta sólo cuenta con 91 horas, tiempos que corresponden a velocidades de 31,3 nudos para la ida y 34,8 para la vuelta. Si el buque sale de Nueva York a las 10 de la noche para llegar a Cherburgo a las 7 de la mañana, puede contarse con $91 + 9 = 100$ horas. Establece como buque de cuatro días el que invierte 100 horas en el viaje y desarrolla, por lo tanto, una velocidad de 31 1/2 nudos. Este buque debe dar en pruebas 32 1/2 nudos.

No hay dificultad en alojar esta maquinaria en un trasatlántico; las dificultades estriban en accionar con seguridad cada eje con potencias tan importantes y en el enorme coste de este buque.

El problema del buque de cuatro ejes consiste en determinar cual es el buque más pequeño que ofrecerá seguridad suficiente y mayor interés o renta. Un tanteo preliminar indica que sus dimensiones mínimas son aproximadamente: Eslora 250 a 260 m., Manga 27 a 28 m., Calado de 8 a 9 m., con un desplazamiento de 31.000 a 33.000 t. y con una potencia de 150.000 c. v.

El autor expone a continuación varios proyectos de máquinas:

1 *Turbinas sobre tres ejes.*—Cada eje recibe 50.000 c. v. de una turbina de A. P. una de M. P. y dos de B. P. que trabajan a 2.000 r. p. m. por intermedio de una reducción de engranajes 1:10. La instalación de calderas es parecida a la del «Bremen»: en 4 cámaras de calderas hay 8 calderas de dos frentes y 6 de uno con una superficie de caldeo de 16.170 m² en total. Vapor a 30 atm. y 400° C. El peso de la instalación completa con agua en las calderas y reserva de aceite lubricante inclusive. es de 8.100 t. El combustible necesario pesa 5.400 t.

2 *Turbinas sobre cuatro ejes.*—Las calderas en este caso son 10 de doble frente y 4 de uno. El peso de la instalación es de 8.350 t. y el del combustible el mismo que antes, como es natural.

Comparación entre los proyectos 1 y 2.—La instalación de 3 ejes pesa 250 t. menos y a causa del menor número de bocinas y arbotantes y de la forma más sencilla de la popa, exige menos potencia. Sin embargo, es recomendable la de 4 ejes porque es más segura, en primer lugar, porque las dimensiones de la maquinaria están más cerca de las experimentadas y, además, porque en caso de avería de una hélice siempre queda otra hélice en el mismo costado.

3 *Motores Diesel con acoplamiento Vulcan.*—Los motores directamente acoplados son inaplicables. Como no pueden disponerse más de 4 ejes, la potencia sobre cada uno de ellos debe ser de 32.500 c. v. como media. El mayor motor Diesel marino directamente acoplado tiene 10.000 c. v. con 8 cilindros; esta potencia podría ser aumentada quizá hasta 15.000 c. v., pero aún en este caso deberíamos disponer dos de estos enormes motores sobre cada eje, y esto está ya en el límite de las actuales posibilidades. Sus enormes cigüeñales son de difícil construcción, se producirían vibraciones relativamente fuertes, su gran altura dificulta la distribución de cubiertas, etc.

Por ello ha elegido el autor la propulsión indirecta con acoplamiento hidráulico. Se han dispuesto 4 motores de 6.750 c. v. sobre cada eje exterior y 6 sobre los ejes interiores. Los motores son rápidos, con 9 cilindros, de dos tiempos, doble efecto y 280 r. p. m. Las hélices dan 210 r. p. m.

4 *Propulsión eléctrica.*—El autor se declara opuesto a la transmisión eléctrica para los trasatlánticos.

Las pérdidas en la reducción eléctrica son, según los suministradores, de 5 a 15 % y de estos valores el primero probablemente no se ha alcanzado nunca. En cambio la reducción de engranajes tiene solamente del 1 al 2 % de pérdida además de la de ventilación en la turbina de marcha atrás que alcanza como máximo el 1 ó 1 1/2 %.

Dice que el «Bremen» en su primer viaje ha alcanzado un consumo por c. v. hora, inferior en un 50 % al del «Saratoga» y en un 10 % al del «California». Reconoce que estas comparaciones no son definitivas por tratarse de buques muy distintos.

Empleando una construcción especialmente ligera se puede reducir notablemente el peso de la instalación eléctrica, pero aun en este caso pesa del 5 al 10 % más que otro tipo.

Un proyecto elaborado por el autor, arroja una diferencia de precio del 20 % en más como mínimo.

La ventaja de poder trabajar a velocidades reducidas con solo parte de los generadores y obtener un mejor rendimiento, es de escaso valor para un trasatlántico que marcha generalmente a toda fuerza. Y respecto a la ventaja de poder instalar generadores en cualquier parte del buque, muy poca importancia debe tener cuando no se utiliza casi nunca una libertad tan amplia.

A continuación se concedió la palabra al Dr. Kempf, quien habló sobre

Las formas de los buques rápidos

y se queja de la dificultad de encontrar datos comparativos para la determinación de las mejores formas. Las que él se propone estudiar se refieren a un buque de 37.000 t. y 27'3 nudos.

Tomando un coeficiente de afinamiento de 0'5 la superficie mojada y. por lo tanto, la re-

sistencia de fricción, es mínima cuando se verifica aproximadamente:

Eslora = 8,2 Manga y Manga = 2,75 Calado.

En el buque de 37.000 t. estas relaciones corresponderían aproximadamente a:

$$236 \times 29 \times 10,5 \text{ con } \alpha = 0,515.$$

Conviene aumentar la eslora para reducir la resistencia total. Apoyándose en las experiencias de Taylor, deduce que la eslora de mínima resistencia es la de 195 m. y compara los trasatlánticos más conocidos reduciéndolos al buque tipo de 37.000 t. De la comparación se deduce, que formas similares a las del «Deutschland» ($\alpha = 0,65$) son demasiado llenas para la velocidad de 27,3, en cambio a las del «Bremen» y el «Mauretania» son casi equivalentes y pueden ser mejoradas disminuyendo el coeficiente de afinamiento. La importancia de este coeficiente es tan grande que dos buques de $250 \times 29 \times 8,5$ con coeficientes de afinamiento de bloque de 0,6 y 0,5 que tendrían respectivamente 37 y 31.000 t., necesitan 92.000 y 62.000 c. v. respectivamente. Como la diferencia de peso de uno y otro buque es de 4.000 t., resulta que el primero solo transporta 2.000 t. más que el segundo y en cambio necesita 28.000 c. v. más.

Para evitar que la popa vaya en el seno de una ola a la velocidad de 27,3 nudos, se recurre a dos procedimientos: a formar la proa en bulbo, lo cual adelanta el sistema de olas, o a inclinar, la quilla en la proa según el tipo Maier, lo que retrasa y disminuye el sistema de olas.

Discusión.—El Ministerial Laudahn, dice que si bien los motores de un trasatlántico no deben ser tan ligeros como los del «Ersatz Preussen» que pesan solo 22 kg. c. v. porque un trasatlántico marcha continuamente a toda fuerza y un buque de guerra sólo contadas veces, cree, sin embargo, que los $2/3$ del peso asignado por Bauer basta para construir motores seguros.

A continuación, Grauert, habla en defensa de la propulsión eléctrica y califica de injusta la crítica de Bauer. La propulsión eléctrica está ya muy experimentada y él proyectó una instalación turboeléctrica para el «Bremen» que hubiera dado una economía del 8 % en el consumo.

El Dr. Goos dice que los cálculos efectuados antes de la guerra habían demostrado que

el buque rápido no era entonces rentable por lo que se tendió a no aumentar la velocidad aumentando en cambio el confort. Hoy las condiciones son muy distintas. No cree que los motores sean suficientemente seguros para un trasatlántico y opina que son molestos por sus vibraciones y por su ruido. Tampoco es apropiada la propulsión eléctrica. Cree que la solución está en vapor a gran presión; hoy no debe hablarse de consumos de petróleo de 350 g.; el «Statendam» consume 280 y para un buque rápido debe alcanzarse la cifra de 250 g. c. v. hora. Ello es esencial porque la rentabilidad de un trasatlántico depende en primer lugar del consumo de sus máquinas.

Existen ya algunas instalaciones que trabajan a 100 atm. y propone que se haga una instalación experimental en un buque mercante.

El Dr. Koch dice que hasta la introducción del vapor a alta presión deben pasar 2 ó 3 años y que no será prudente emplear o inmediatamente en un gran tra-atlántico. En la rentabilidad del buque tiene también mucha influencia el precio del combustible que llega a sufrir en un año oscilaciones del 70 %, lo que representa una diferencia de 5 millones de marcos. Resulta pues muy difícil decir si los trasatlánticos rápidos serán o no rentable.

El Dr. Dahlmann recuerda que el turbo generador de un buque eléctrico puede servir como giróscopo para disminuir el movimiento.

(L. S.)

(Continuará)

Fenómenos en el enfriamiento de las aleaciones cobre-estaño (*Foundry Trade Journal*, Marzo, Pág. 183)

Mr. John E. Newson, ha presentado al Instituto de Fundidores Británicos, una interesante memoria sobre la influencia que el proceso de enfriamiento tiene en las propiedades físicas y mecánicas de la pieza fundida.

Un metal puro funde siempre a la misma temperatura que se conserva constante durante la fusión. En una aleación no ocurre lo mismo; la fusión empieza a una temperatura y no acaba hasta haber alcanzado otra superior. Este intervalo, en el cual se encuentran fases líquidas y sólidas, se llama período de congelación. Durante el mismo, el metal posee consistencia pastosa y es muy susceptible de producir poros, pues durante el enfriamiento la solubilidad de

los gases de oclusión disminuye y la dificultad de salida de las burbujas que se formen aumenta.

Trata después el autor de los distintos fenómenos físicos consiguientes al cambio de estado, como son:

Contracción, tensiones internas, cambio de fluidez, etc. y hace notar que generalmente no se suele pensar en que dentro del molde al solidificarse ocurre, con orden inverso, exactamente igual que pasó en el crisol al fundirse.

Pasa después a estudiar el proceso de enfriamiento de un bronce tipo Almirantazgo de 88 cobre, 10 estaño, 2 cinc. El metal se enfría por el contacto con las paredes del molde hasta llegar al límite superior del período de congelación en un tiempo que dependería de: la temperatura de colada, del calor específico del metal, de la temperatura del molde y de la relación de la superficie de enfriamiento a la masa de la pieza fundida. Las partículas que alcanza antes el período de congelación son los que están en contacto con las paredes del molde, que es donde aparecen las primeras materias pastosas separándose de la masa flúida una solución sólida, rica en cobre cuya concentración va disminuyendo hacia el interior de la pieza, porque no hay, generalmente, tiempo de verificarse una completa difusión.

Conforme disminuye la temperatura, va quedando menos líquido y al continuar el enfria-

miento, todo se solidifica, incorporándose otra segunda solución sólida, rica en estaño, de un color blanco-grisáceo, y que tiene una temperatura de fusión inferior a la primera.

Si el enfriamiento pudiese ser muy lento o después de un prolongado recocido, esta segunda solución sólida de estaño, no se presentaría. Pero ordinariamente se presenta y su distribución y tamaño de grano depende principalmente de la temperatura de colada.

Para determinarla, se deben tener en cuenta los diferentes factores que siguen:

1.º—La temperatura de fusión. El autor recomienda que la colada se haga a una temperatura 10 % mayor que la de fusión.

2.º—La clase del molde. En uno de arena verde la temperatura suele ser de unos 16º, mientras que en otro estufado se llega a unos 80º.

3.º—La forma y tamaño de la pieza. Las fundiciones grandes tardan mucho más en enfriarse que las pequeñas, pues la relación de la superficie de enfriamiento, a la masa es mucho mayor.

4.º—La naturaleza del metal. Algunas aleaciones son más flúidas que otras y necesitan mayor temperatura de colada.

Por último el autor afirma la temperatura de colada, puede ser peligrosa lo mismo si es demasiado alta que si es demasiado baja.